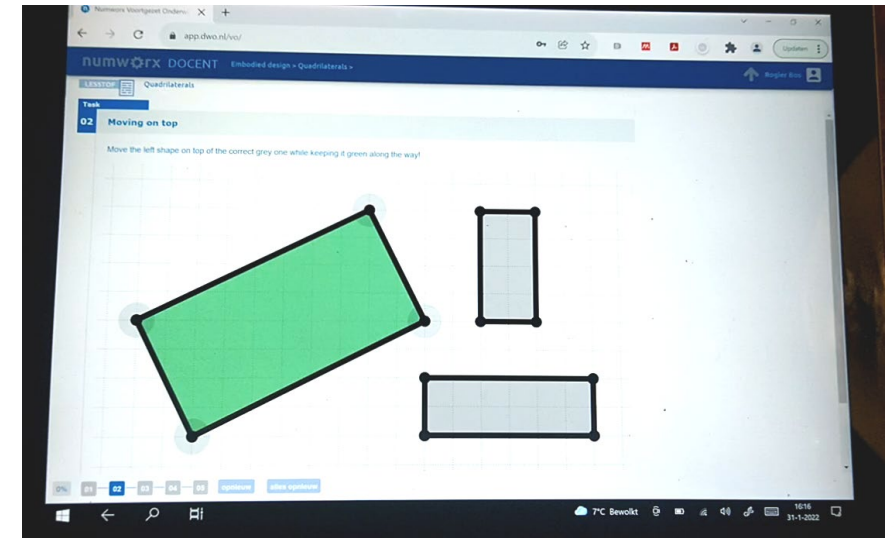
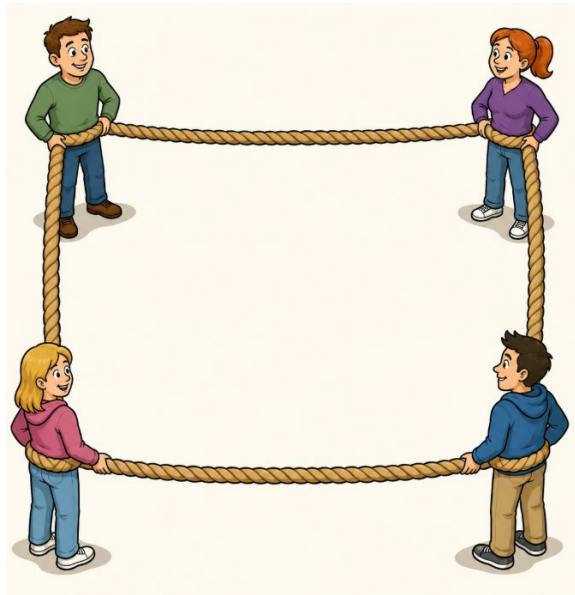


Bewegen om te begrijpen: hoe coördinatieproblemen wiskundig denken kunnen stimuleren

Rogier Bos



Panama-conferentie 2026



Utrecht University

Planning

- Introductieactiviteiten (15 minuten)
- Digitaal-belichaamd ontwerp vierhoeken (10 minuten)
- Theorie: belichaamd ontwerp (15 minuten)
- Onderzoeksuitkomsten (10 minuten)
- Vragen en discussie (5 minuten)

En nu tijd voor ochtendgymnastiek



$$y = x + 1 \text{ (eentje hoger)}$$

$$y = 2x \text{ (twee keer zo hoog)}$$

$$y = \frac{1}{2}x \text{ (half zo hoog)}$$

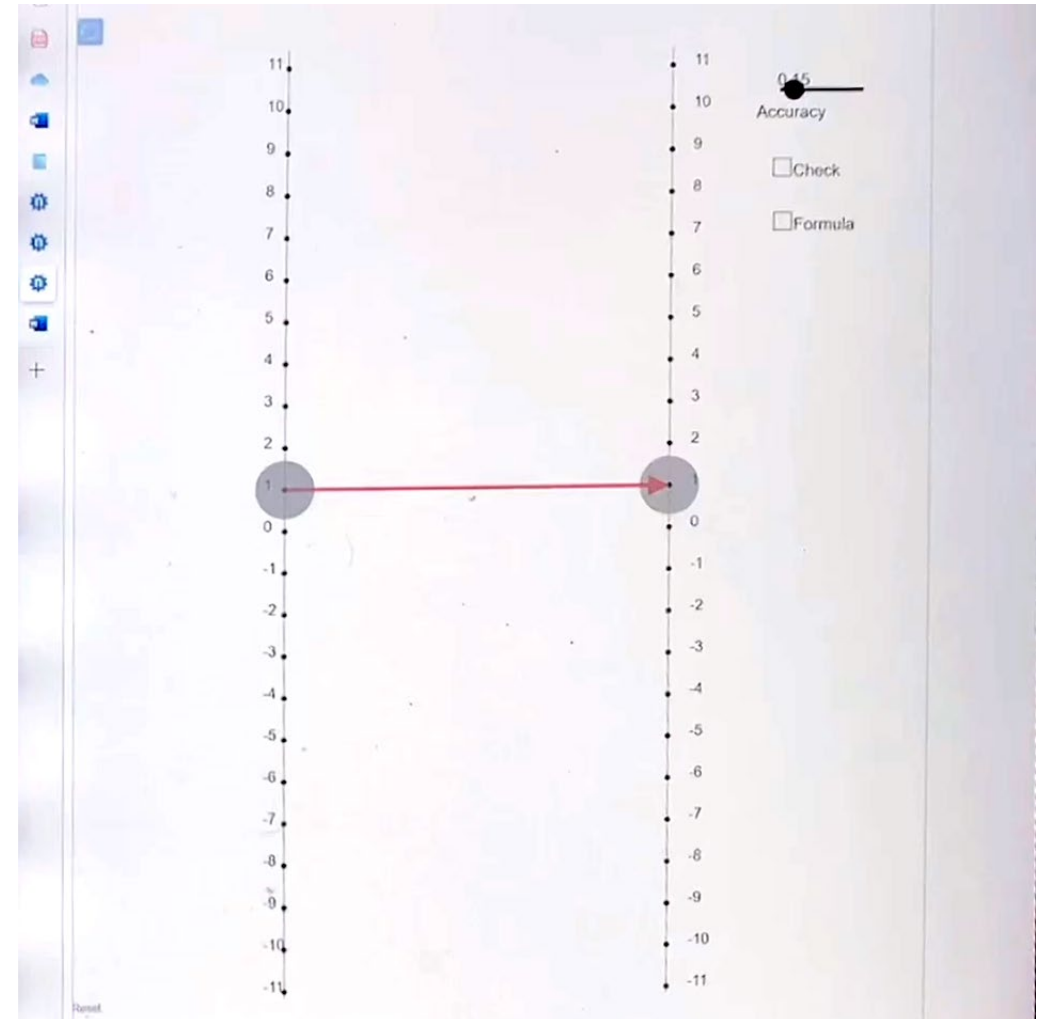


Digitaal-belichaamd ontwerp functioneel denken

Gezamenlijk werk met **Hang Wei** & Paul Drijvers

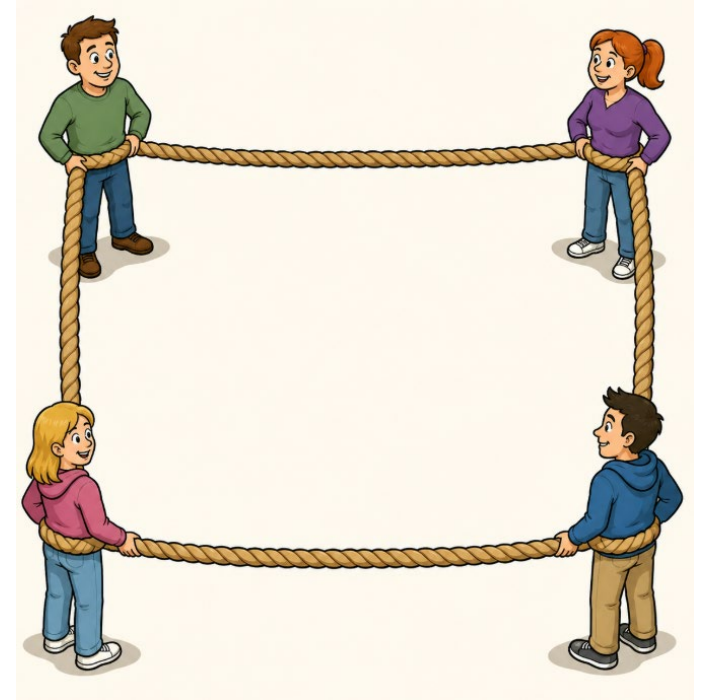
Wei, H., Bos, R., & Drijvers, P. (2024). Developing Functional Thinking: from Concrete to Abstract Through an Embodied Design. *Digital Experiences in Mathematics Education*.

<https://doi.org/10.1007/s40751-024-00142-z>



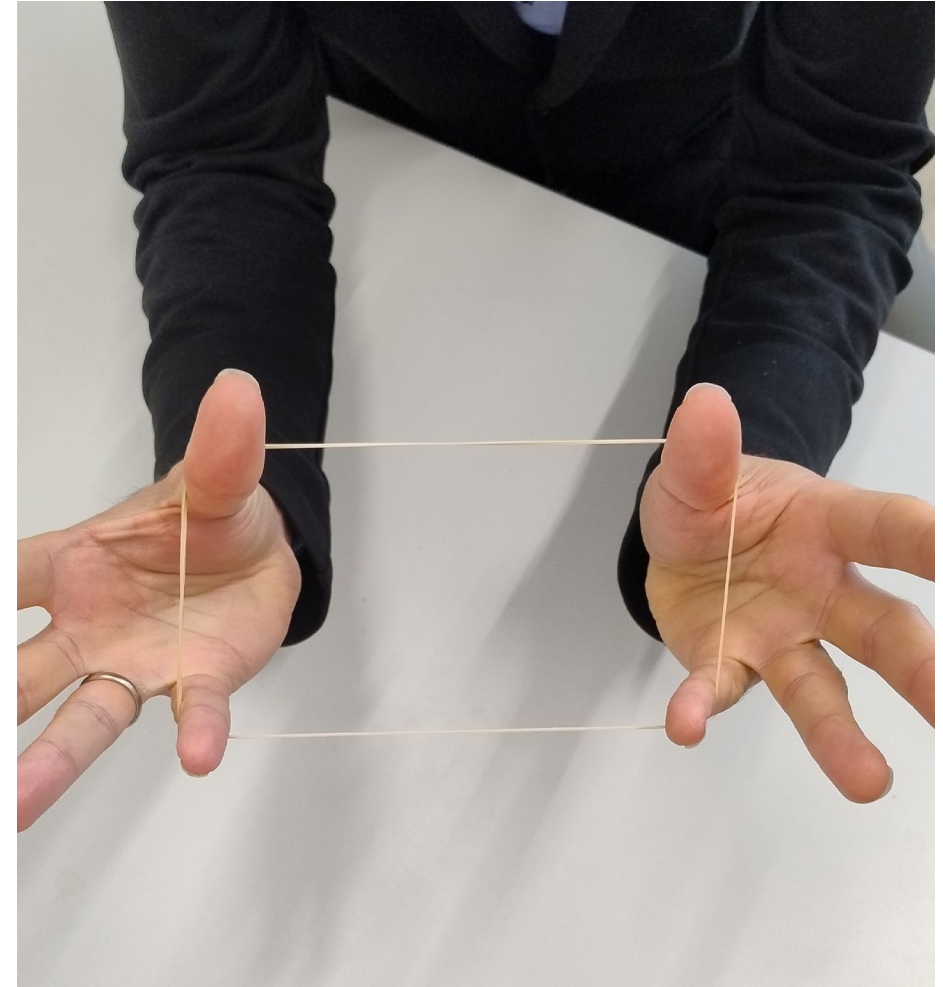
Intro: vierhoeken en touw

- Vier vrijwilligers
- Opdracht 1: maak zo precies mogelijk een vierkant
- Reflectie: kan dat op één manier?
- Opdracht 2: vervorm tot een ruit met hoeken van 60° en 120°
- Reflectie: kan dat op één manier?



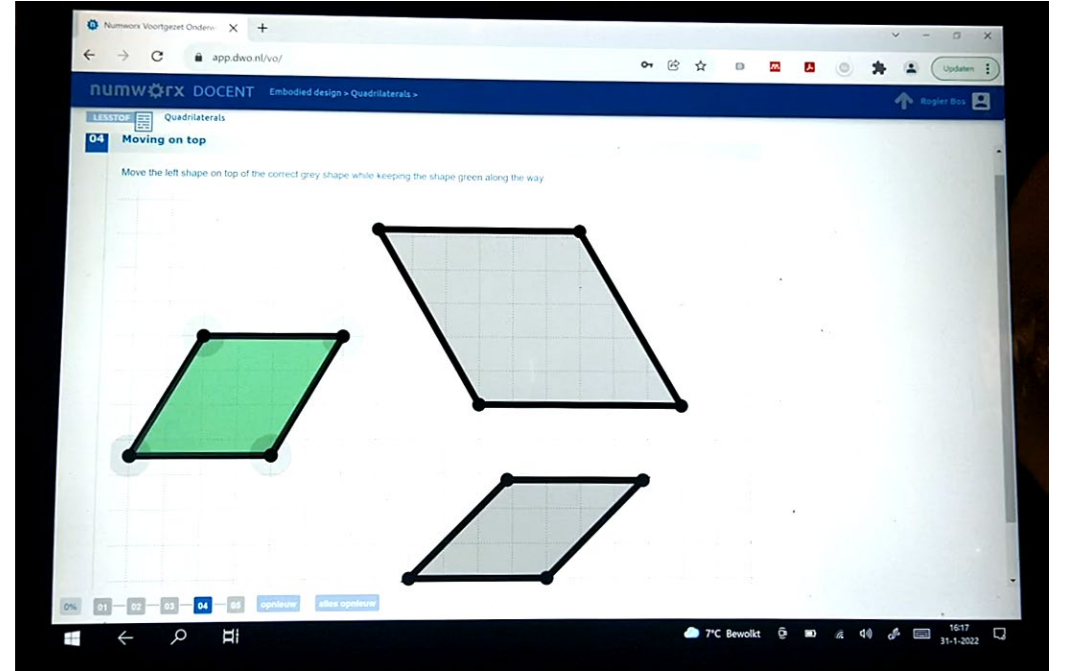
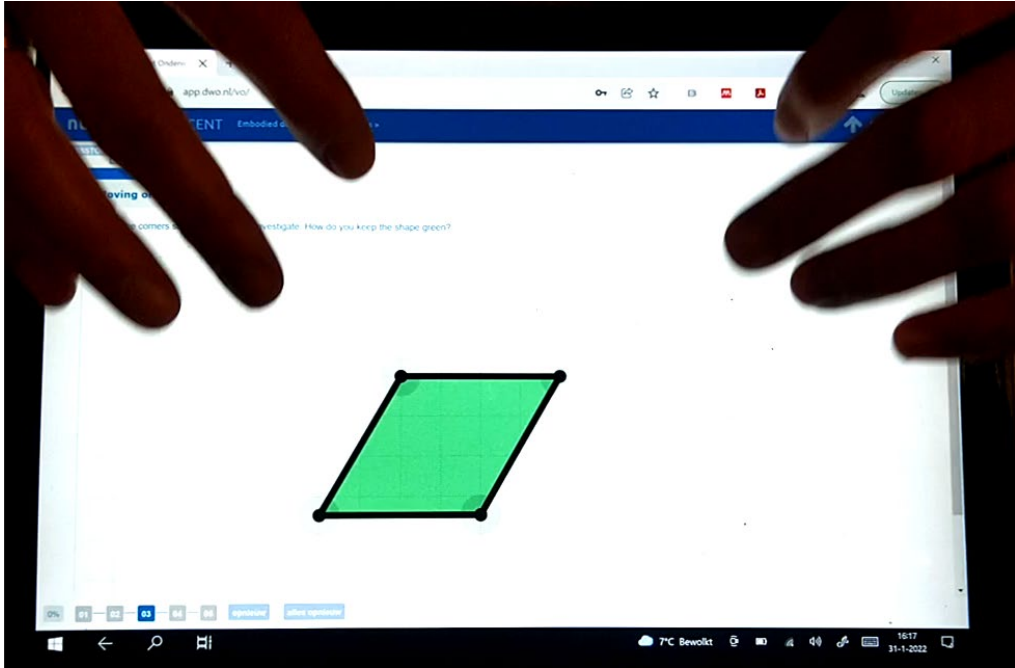
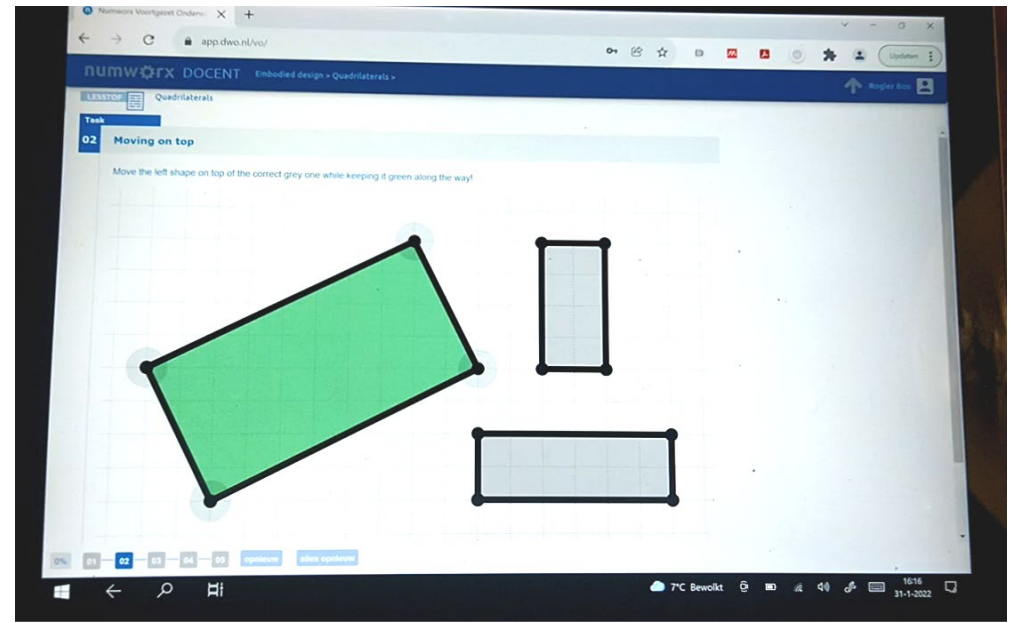
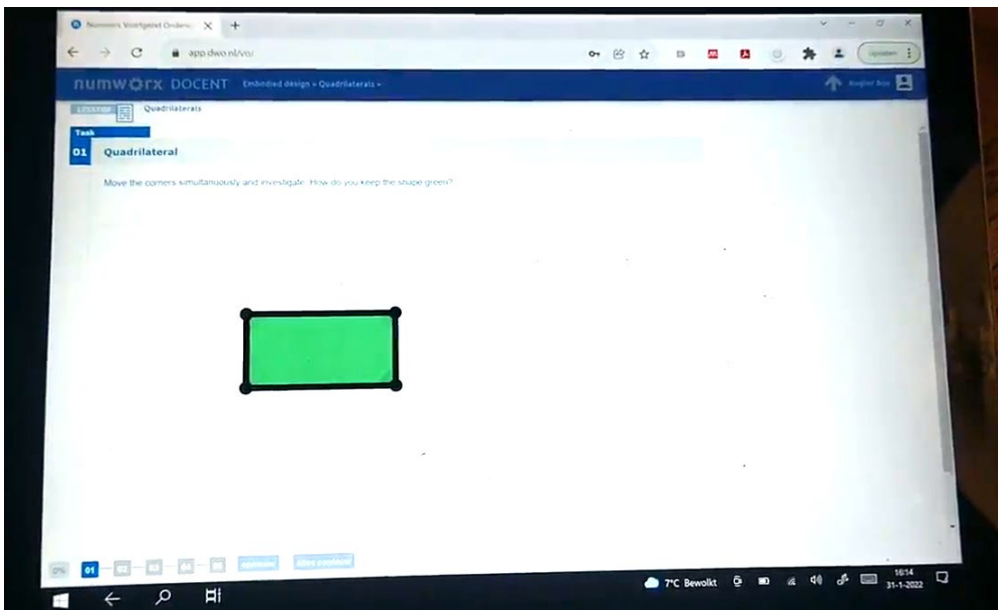
Intro: vierhoeken en elastiek

- Maak een klein vierkant
- Maak het langzaam groter
- Reflectie: waar let je op om dit voor elkaar te krijgen?
- Maak een trapezium (dat niet een vierkant is)
- Maak het langzaam groter
- Reflectie: waarom is dit moeilijker?



Planning

- Introductieactiviteiten (15 minuten)
- Digitaal-belichaamd ontwerp vierhoeken (10 minuten)
- Theorie: belichaamd ontwerp (15 minuten)
- Onderzoeksuitkomsten (10 minuten)
- Vragen en discussie (5 minuten)

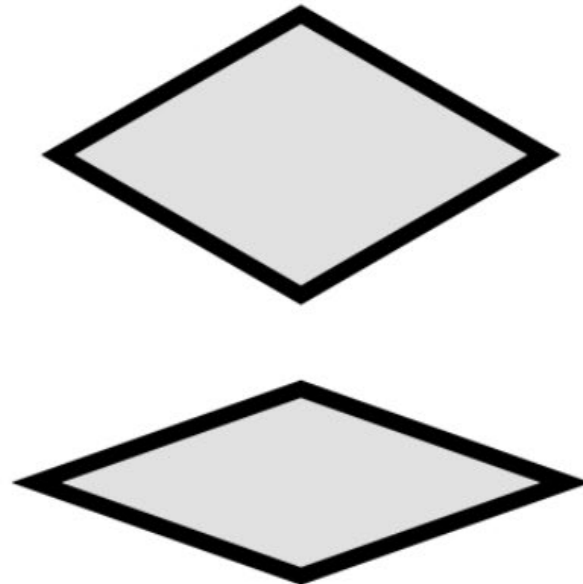
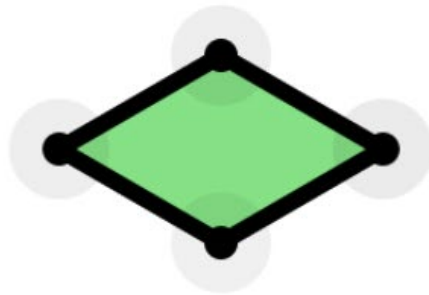


Zelf proberen

Opdracht

03 Vierhoek

Je kunt de hoekpunten van de groene figuur bewegen, maar soms wordt de figuur rood. De groene figuur past op één van de twee grijze figuren. Zoek uit welke grijze figuur dezelfde is door met je vingers de hoekpunten te bewegen terwijl je de figuur zoveel mogelijk groen houdt!
De knop hieronder zet de figuur terug naar het begin.



<https://edu.nl/4ceqt>

100%

01

02

03

04

05

06

07

08

She later explains she enlarges in small steps in each direction in turn

“Straigh..etched”. Does she keep them stretched to keep it straight?
“straight” for Mila is parallel.

See how she points/gestures along the angle here! Attentional anchor?

“A bit longer... a bit shorter”. Mila does not yet know about proportion, but clearly looks at relative lengths

Translation keeps it green, but “squeezing” makes it red!

Attentional anchors: “lines”?
“the spots are on the same place with each other”

“Only move them...” Translation as goal-oriented movement to maintain a property invariant

Moving top two points: “...another form”. Goal-oriented movement (not translation, rotation or enlargement) to vary a pre-property/attentional anchor. A first step to angle concept?



Planning

- Introductieactiviteiten (15 minuten)
- Digitaal-belichaamd ontwerp vierhoeken (10 minuten)
- Theorie: belichaamd ontwerp (15 minuten)
- Onderzoeksuitkomsten (10 minuten)
- Vragen en discussie (5 minuten)



References

Wigmans, M. & Bos, R (in review). The role of sensorimotor coordination problems in embodied design: a comparative study.



Wei, H., Bos, R. & Drijvers, P. (2025). An embodied approach to covariational reasoning: a hand-tracking study. *Educational Studies in Mathematics*. <https://doi.org/10.1007/s10649-025-10435-8>

Bos, R., Doorman, M., Drijvers, P., & Shvarts, A. (2022). Embodied design using augmented reality: the case of the gradient. *Teaching Mathematics and its Applications*, 41(2), 125-141. <https://doi.org/10.1093/teamat/hrab011>



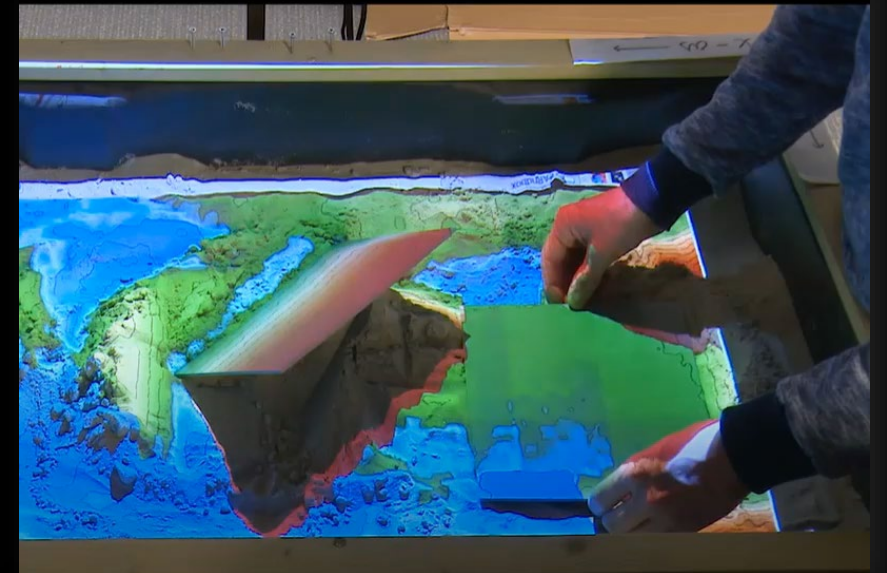
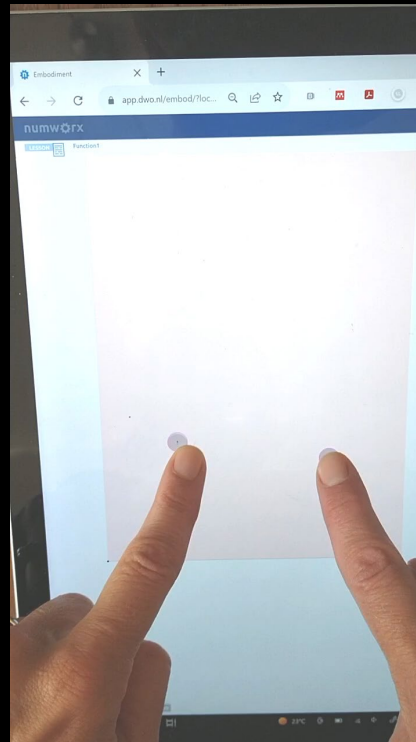
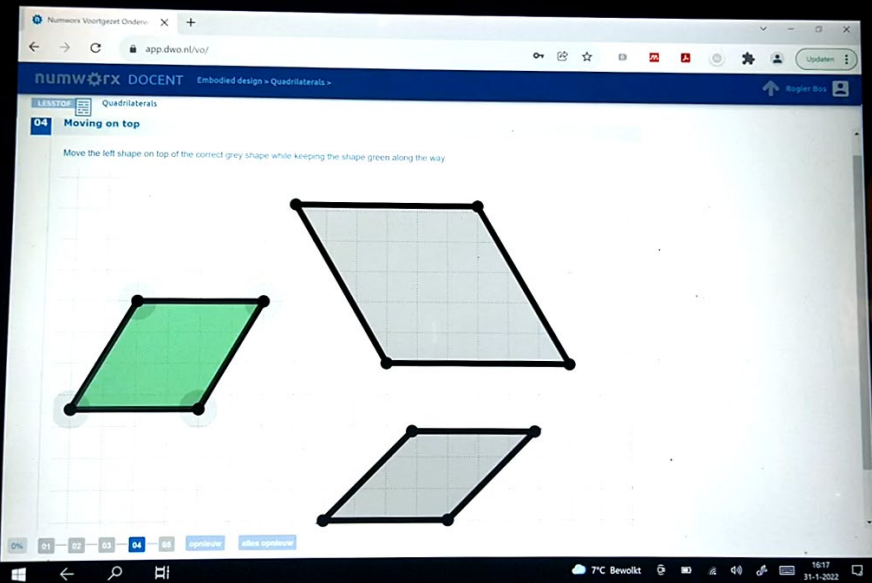
Shvarts, A., Bos, R., Doorman, M., & Drijvers, P. (2024). Reifying actions into artifacts: process–object duality from an embodied perspective on mathematics learning. *Educational Studies in Mathematics*, 117(2), 193-214. <https://doi.org/10.1007/s10649-024-10310-y>



Wat is een digitaal-belichaamde leeromgeving?

Digitaal belichaamde leeromgeving: Drie aspecten (Bagossi et al., in review)

- Betrokkenheid bij een taak met je lichaam
- Digitale registratie van de beweging; feedback op beweging
- Congruentie: de wiskundige leerdoelen "relateren" zich tot de beweging



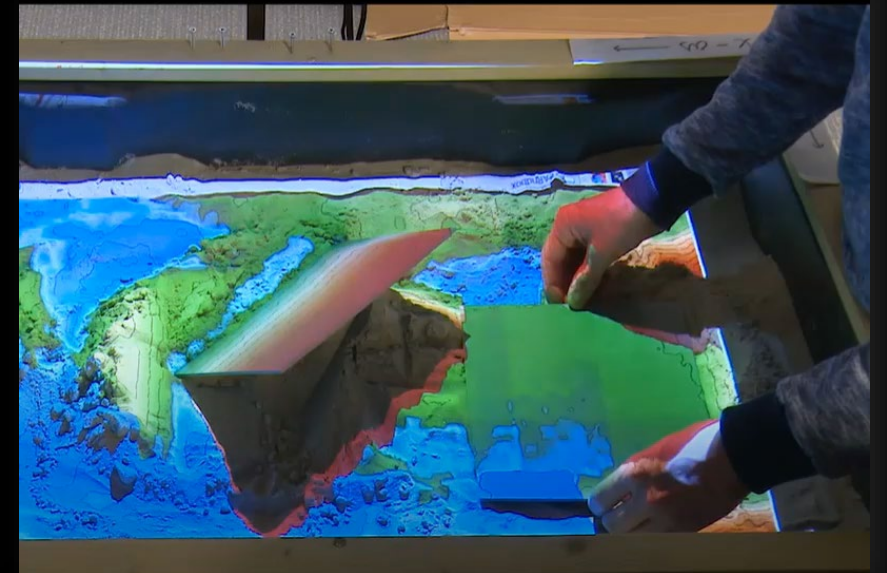
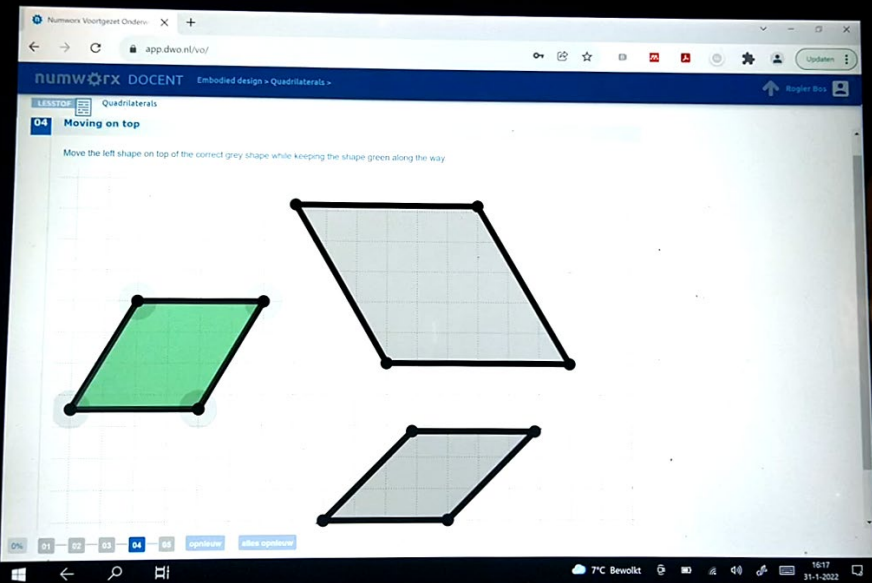
Los op
“**Sensomotorisch
coördinatieprobleem**”.



Reflecteer op de
beweging. Hoe heb je
het gedaan?



Mathematiseer het:
maak het wiskundig



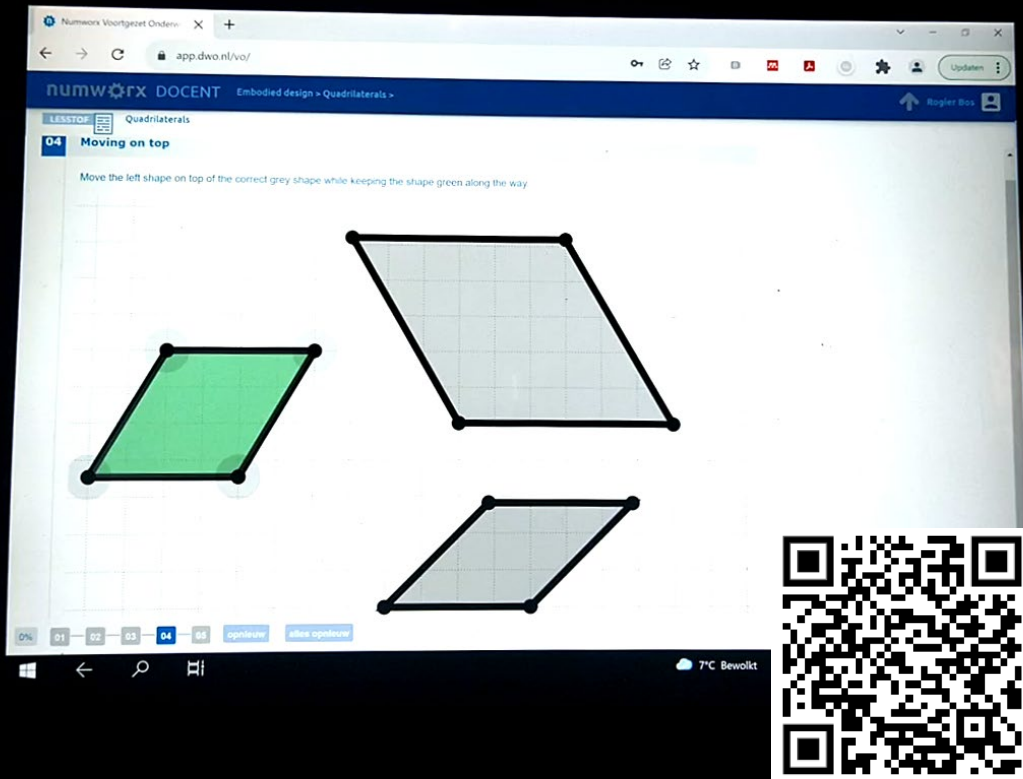
Planning

- Introductieactiviteiten (15 minuten)
- Digitaal-belichaamd ontwerp vierhoeken (10 minuten)
- Theorie: belichaamd ontwerp (15 minuten)
- Onderzoeksuitkomsten (10 minuten)
- Vragen en discussie (5 minuten)

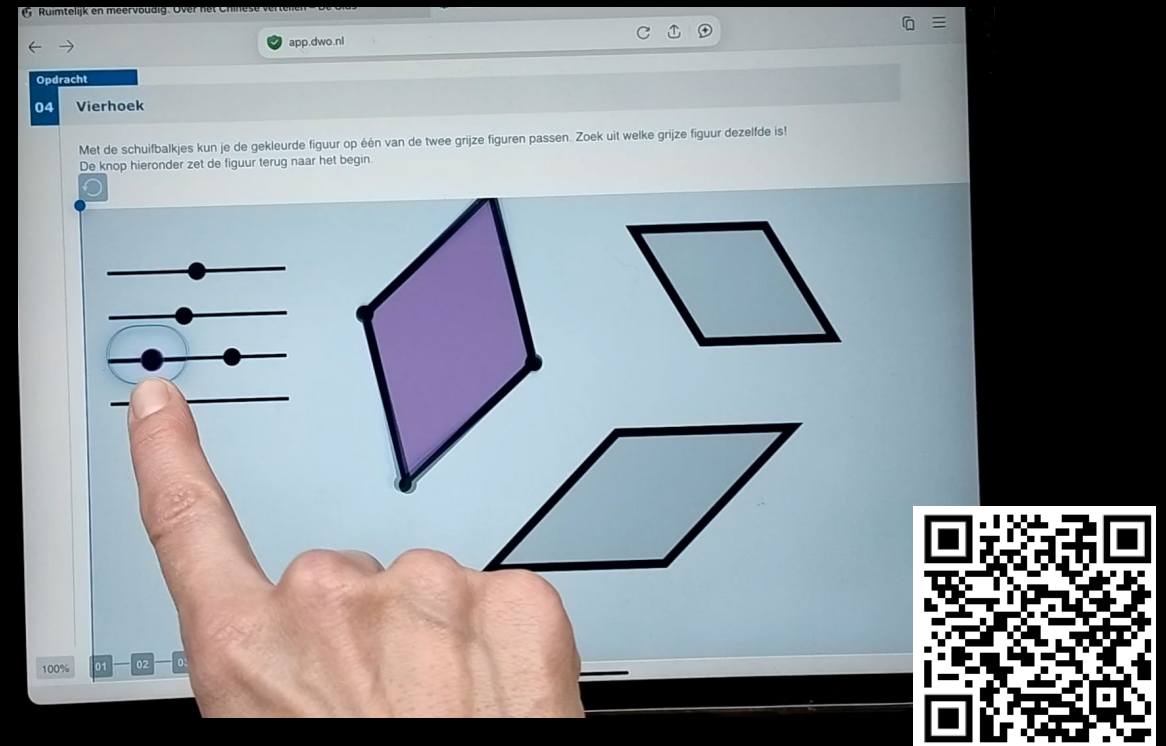


Wat is de rol van het sensomotorische coördinatieprobleem?

Two versions of the design



Met een sensomotorisch
coördinatieprobleem



Zonder een sensomotorisch
coördinatieprobleem

Methode

Mixed methods

Kwalitatief deel

2 leerlingen "met", 2 "zonder"

- Pre- and posttest, video
- Analyse gebaren
- De transformaties die studenten uitvoerden
- De eigenschappen die zij ontdekten
- Hoe die eigenschappen en transformaties werden geïdentificeerd

Kwantitatieve component

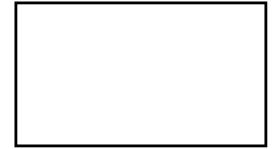
24 leerlingen "met", 24 "zonder"

pre- en post-test, observatie gedurende de post-test

- Leerresultaat
- Gebaren na de test
- Redeneren in post-test: Op basis van wat?
Correct? Niveau van mathematizatie

Post-test question 5

One of the two gray figures is the same as the figure on the right.
Which figure is the same? Explain how you determined your answer.
You may also draw in the figures to explain your answer.



A.



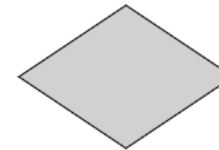
B.



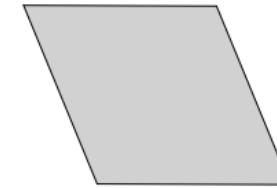
Post-test question 6

Below, two of the figures are the same, and one is different.
Which figure is different? Explain how you determined your answer.
You may also draw in the figures to explain your answer.

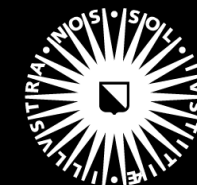
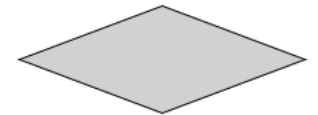
A.



B.



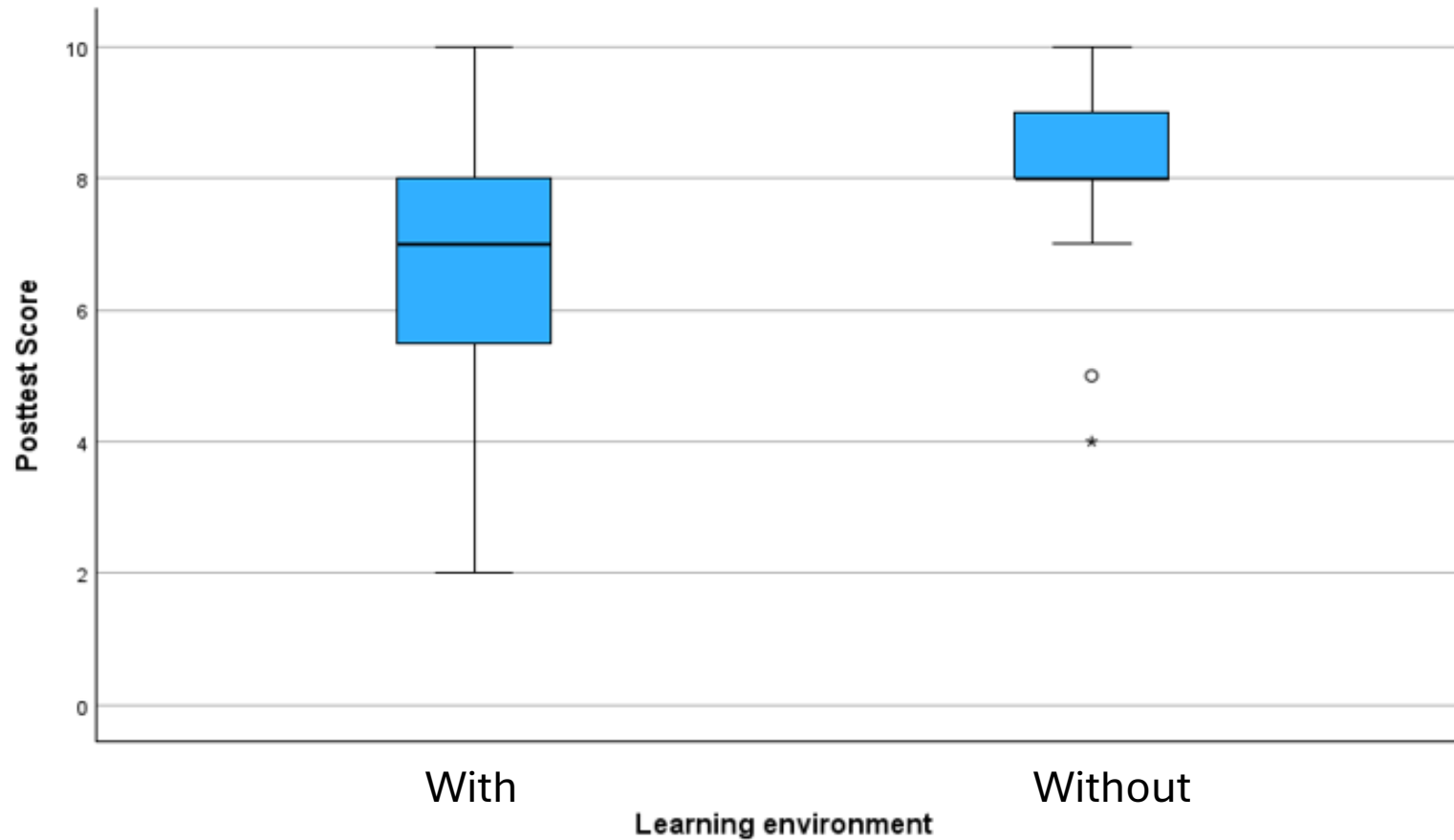
C.



Utrecht
University

Een bevinding

Boxplot of the post-test scores per learning environment

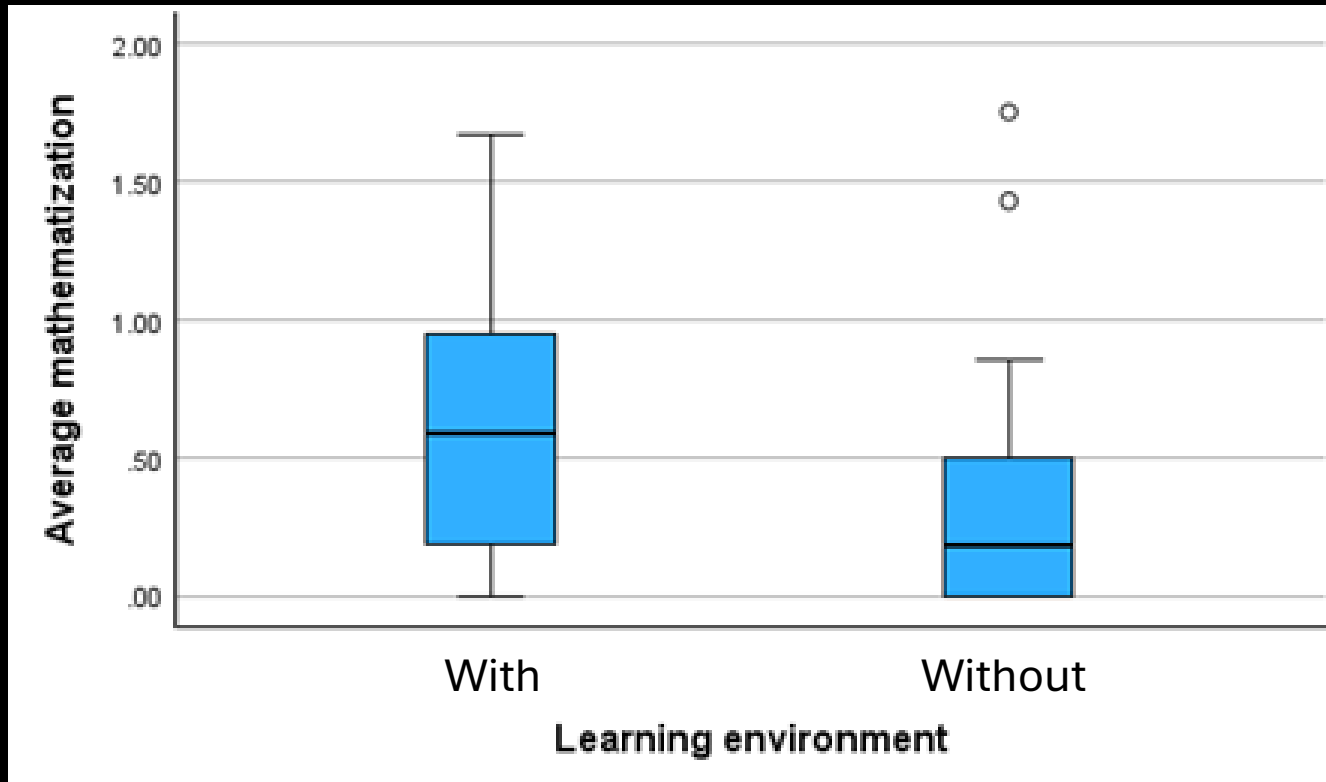


"Zonder" groep
scoort significant
beter op
opdrachten over
geijkvormigheid



Utrecht
University

Maar...



"Met"-groep
mathematiseert meer:
ontwikkelt significant
meer eigenschappen
van de vierhoeken



Utrecht
University

Fragment

Leraar: "Hoe is het je gelukt om het weer groen te krijgen? Heb je ergens op gelet?"

Leerling: "Ja, naar de vorm, hoe die was."

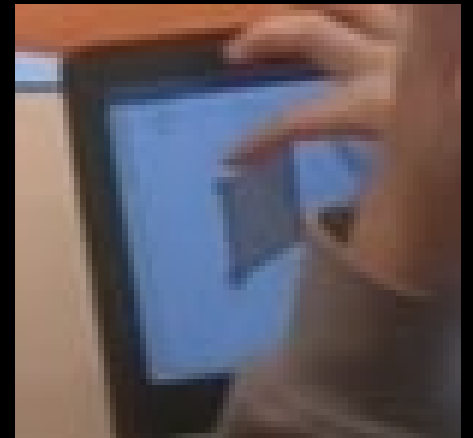
Leraar: "En wat precies met de vorm waar je naar kijkt?"

Student: "Uh, op de punten, **op welke afstand ze staan.**"

Leraar: "Wat bedoelt je daarmee?"

Studenten maken diagonalen met twee vingers.

Student: "Deze waren iets meer naar binnen, en deze zijn wat meer naar buiten."



Utrecht
University

Wat is de rol van het sensorimotorische coördinatieprobleem?

Het sensomotorische coördinatieprobleem

- nodigt studenten uit om **concepten te ontwikkelen**
- vestigt de aandacht op de **eigenschappen** van de betrokken concepten

Abrahamson et al. (2020):

“Participants in embodied-design activities discover and develop concept-grounding enactive processes, even when they are not aware that or what they are learning.” (p. 18)

Planning

- Introductieactiviteiten (15 minuten)
- Digitaal-belichaamd ontwerp vierhoeken (10 minuten)
- Theorie: belichaamd ontwerp (15 minuten)
- Onderzoeksuitkomsten (10 minuten)
- Vragen en discussie (5 minuten)



Vragen en discussie



Contact: r.d.bos@uu.nl

<https://www.uu.nl/medewerkers/RDBos>