

Panamaconferentie 2021



Wiskunde is overal!

Over Contexten en Modellen

Belinda Terlouw

b.terlouw@kpz.nl

Overzicht bijeenkomst

- Inleiding
- Een klein tipje opgelicht van de geschiedenis van de wiskunde
- Intermezzo: Wat kunnen we hiermee in ons rekenonderwijs?
- Inleiding contexten
- Contexten aan het begin van de leerlijn
- Intermezzo: Wat kunnen we hiermee in ons rekenonderwijs?
- Contexten aan het eind van de leerlijn (regels en vrijheidsgraden)
- Intermezzo: Wat kunnen we hiermee in ons rekenonderwijs?
- Afsluiting

Inleiding

(zie ook VB jrg 40, nr.3 Wiskunde is overal, Belinda Terlouw)

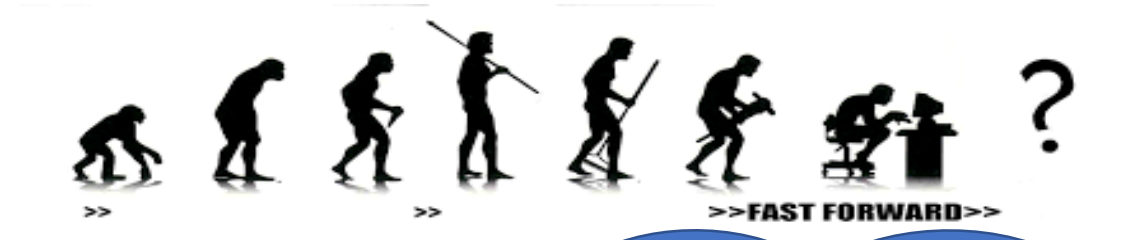
Wiskunde is overal en dat is altijd al zo geweest, zelfs toen men nog niet wist wat wiskunde was.

- De geschiedenis van de mensheid voltrekt zich in ieder mens opnieuw
- De mens is altijd gedreven door Noodzaak, Nieuwsgierigheid, Creatiedrang
- De mens laat zich graag uitdagen en verklaart graag
- De mens is lui en zoekt steeds naar verkorting

De geschiedenis van de mensheid voltrekt zich in iedere mens opnieuw



Noodzaak, nieuwsgierigheid, creatiedrang



Houd bij de volgende dia's steeds de reken-wiskundige ontwikkeling van een kind in je achterhoofd. En jij? (noodzaak – nieuwsgierigheid)

Meetkunde: De wereld om je heen verkennen

Noodzaak - Nieuwsgierigheid



Nomaden – al zwerwend
naar voedsel zoeken

Meetkunde – Oriënteren in
de ruimte

Meten en Meetkunde (construeren)

Noodzaak - Nieuwsgierigheid

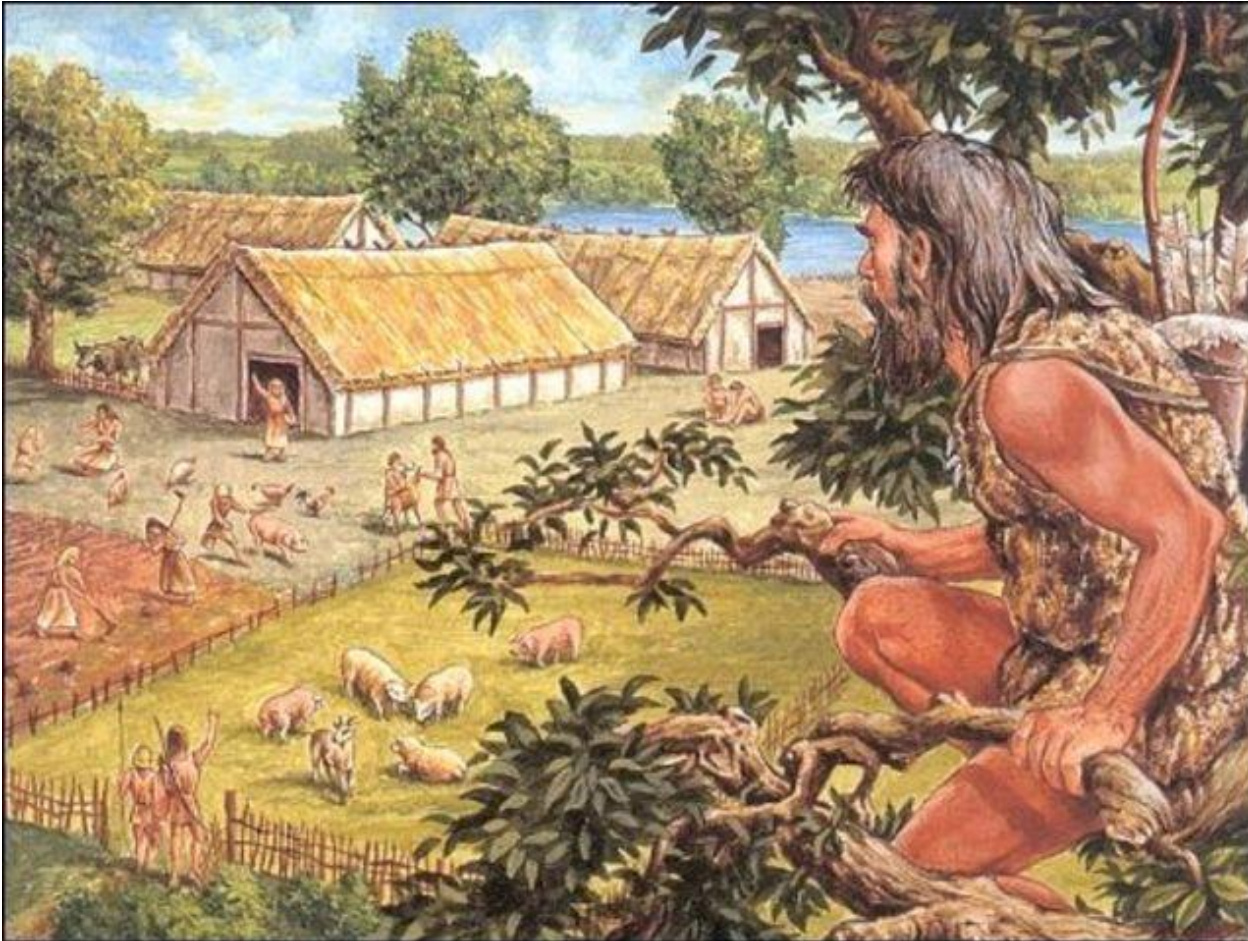


Mensen traden met elkaar in gemeenschap en zo begon de taal zich te ontwikkelen.

Taalontwikkeling en rekenontwikkeling trekken samen op.

Meten en Meetkunde

Noodzaak - nieuwsgierigheid



Van vergaren van voedsel naar
productie van voedingsmiddelen

Een ware omwenteling: Van een
passieve naar actieve verhouding ten
aanzien van de natuur

Creatiedrang (Meetkunde opereren met vormen)



Verzamelaars: Meten (vergelijken en ordenen) en Meetkunde (eigenschappen van vormen)



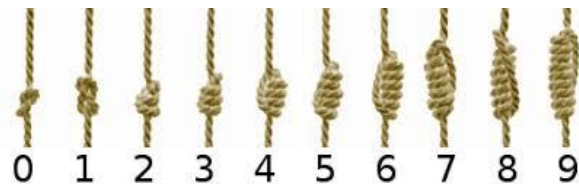
Dingetjes verzamelen



Complexere samenlevingen nieuwe noodzaken: Getallen – Schrift (en ‘Rekenapparaten’)



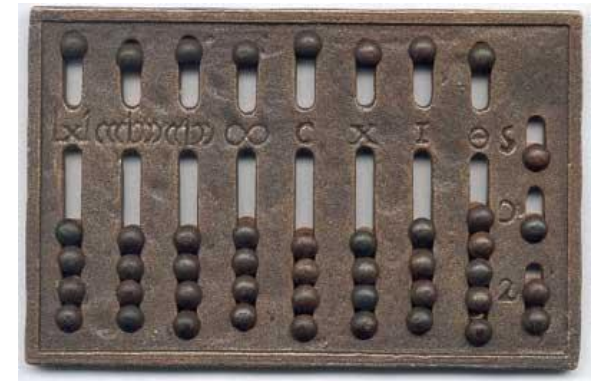
Eén – één correspondentie



Strepen kerven, knopen in een touw
(hoeveelheden representeren)



MS 1717
Beer Production. Pictographic script Uruk III, Sumer, 31st c. BC



Noodzaak van uitbreiding van het getalsysteem

Door de ontwikkeling van het handwerk en de handel werd de groei van het getalbegrip sterk bevorderd. Getallen werden gerangschikt en gebundeld tot grotere eenheden en daarbij werd vaak van de vingers van een hand of van beide handen gebruik gemaakt.

- Eén, twee, veel (drie is dan 2 en 1, vier is 2 en 2)
- Hele getallen, gebroken getallen, decimale getallen, enz.
- Getallen bij het Meten: Van vergelijken en ordenen naar het kwantificeren van de wereld om ons heen: meten met natuurlijke maten en het meten naar standaardmaten

Relatie geschiedenis en contexten

Creëer een noodzaak.

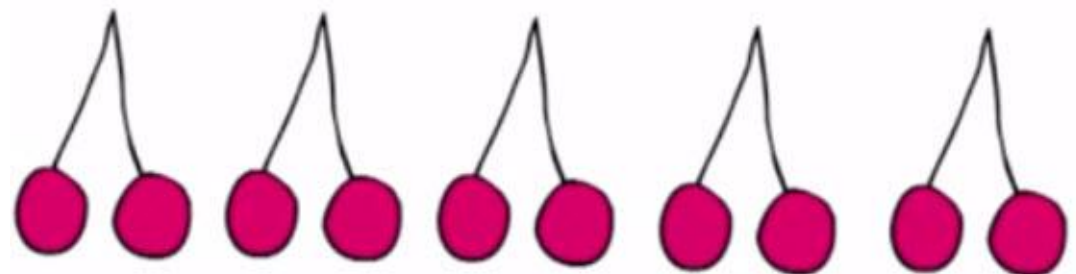
Plaats kinderen in de context van weleer: Guided reinvention



De mens is lui en streeft naar verkorting

- Bijvoorbeeld: Van tellen naar optellen naar vermenigvuldigen

vermenigvuldigen



$2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 10$

$5 \times 2 = 10$

De mens schematiseert:

Bereken $\frac{3}{4}$ deel van $\frac{2}{3}$ deel van $\frac{6}{7}$ deel

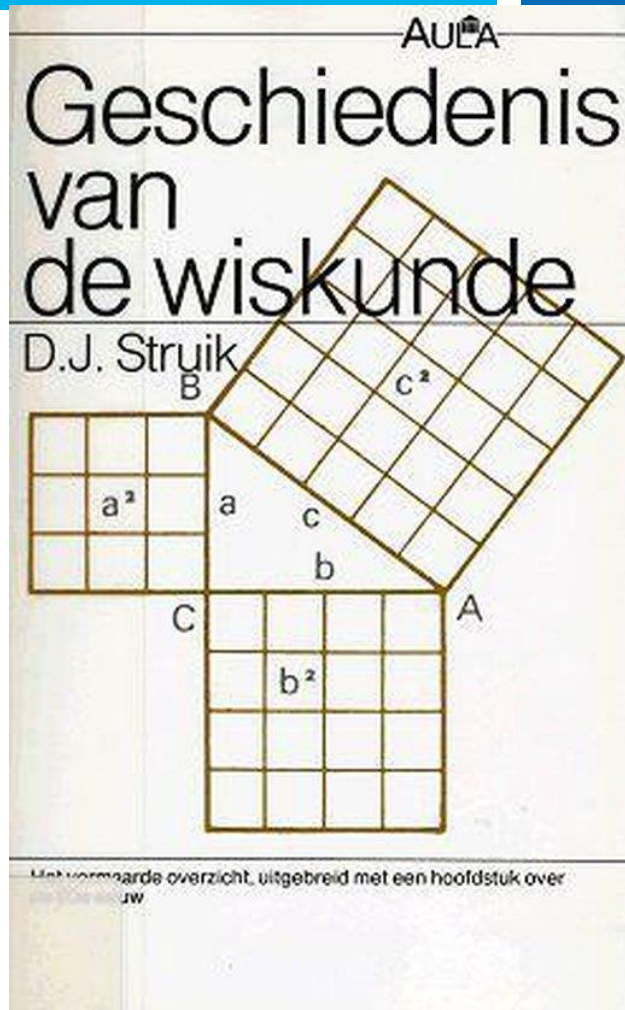
Als het probleem dat zich aandient te complex is, zochten en zoeken mensen naar manieren om er vat op te krijgen. Soms door er een tekening van te maken en soms door te schematiseren.

Marjolein Kool, *Die conste vanden getale* (1999)

Afkomstig uit het rekenboek van Peter van Halle uit 1568

| | | | | | | |
|---|---|---|---------------|---------------|---|---------------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | | 2 | | 3 | | $\frac{6}{7}$ |
| 1 | 2 | 3 | 4 | $\frac{2}{3}$ | | |
| | | | $\frac{3}{4}$ | | | |

Om verder te lezen



Intermezzo

Wiskunde is overal en dat is altijd al zo geweest, zelfs toen men nog niet wist wat wiskunde was.

- Je bent de hele dag met wiskunde bezig. Echt waar!
- Het hele leven is één groot wiskunde-avontuur. Je moet dan wel met een wiskundige bril door het leven stappen.

Wat in de wereld om je heen creëerde bij jou een noodzaak tot wiskundig denken?

Inleiding contexten

- **Contexten aan het begin van een leerproces (betekenisvol – begripsvormend)**
 - Benoemde getallen
 - Emergent modelleren (context – model van – model voor – formeel)
- **Contexten aan het eind van het leerproces**
 - Redactiesommen - Verhaalsommen
 - Toepassing (in andere vakgebieden) (Flexibel toepassen)
 - Modelleren en probleemoplossen
 - Puzzels



<http://www.bruin-muurling.nl/>

<http://www.bruin-muurling.nl/toelichting-de-ene-context-is-de-andere-niet/>

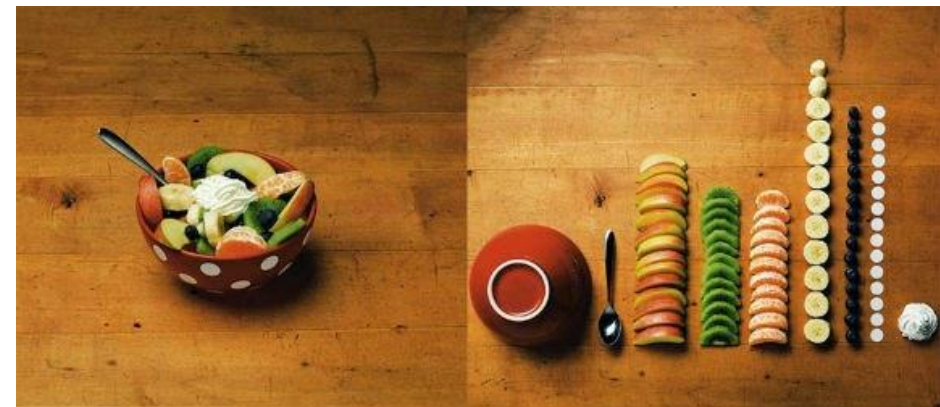
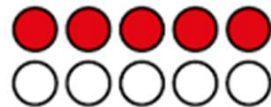
Contexten aan het begin van een leerlijn

Benoemde getallen

330 euro - 32 euro

4 x 3 meter

€ 3,65 + € 2,18



Contexten aan het begin van een leerlijn

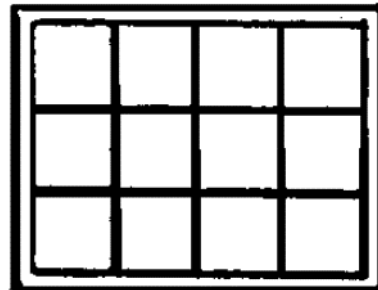
Emergent modelleren (context – model van – model voor – formeel)

Context



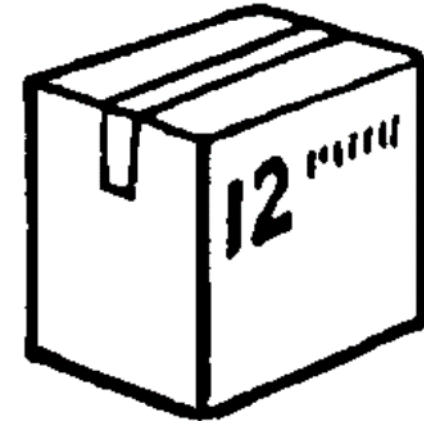
Hoeveel flesjes
zitten in $\frac{1}{3}$
kratje?

Model



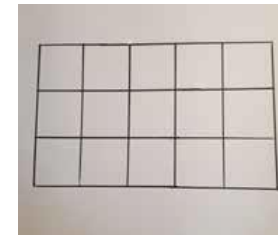
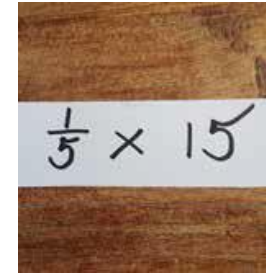
Hoeveel is $\frac{1}{3}$
deel van 12

Som (formule)



Hoeveel is $\frac{1}{3}$
deel van 12

Handelingsmodel



Van context naar model: Het probleem

Sluit het model aan bij redeneringen en ontdekkingen van kinderen?

Zie ook artikel: Hoezo concreet? Koeno Gravemeijer VB jrg 26 nr. 3

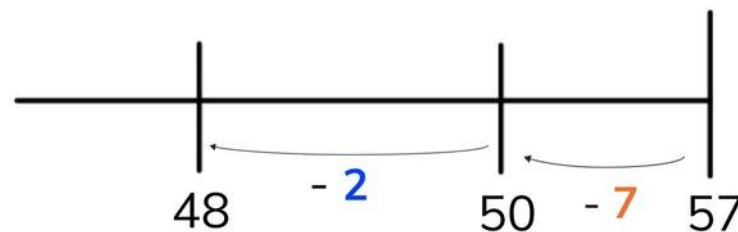
$$8 + 7 = 8 + 2 + 5 = 15$$

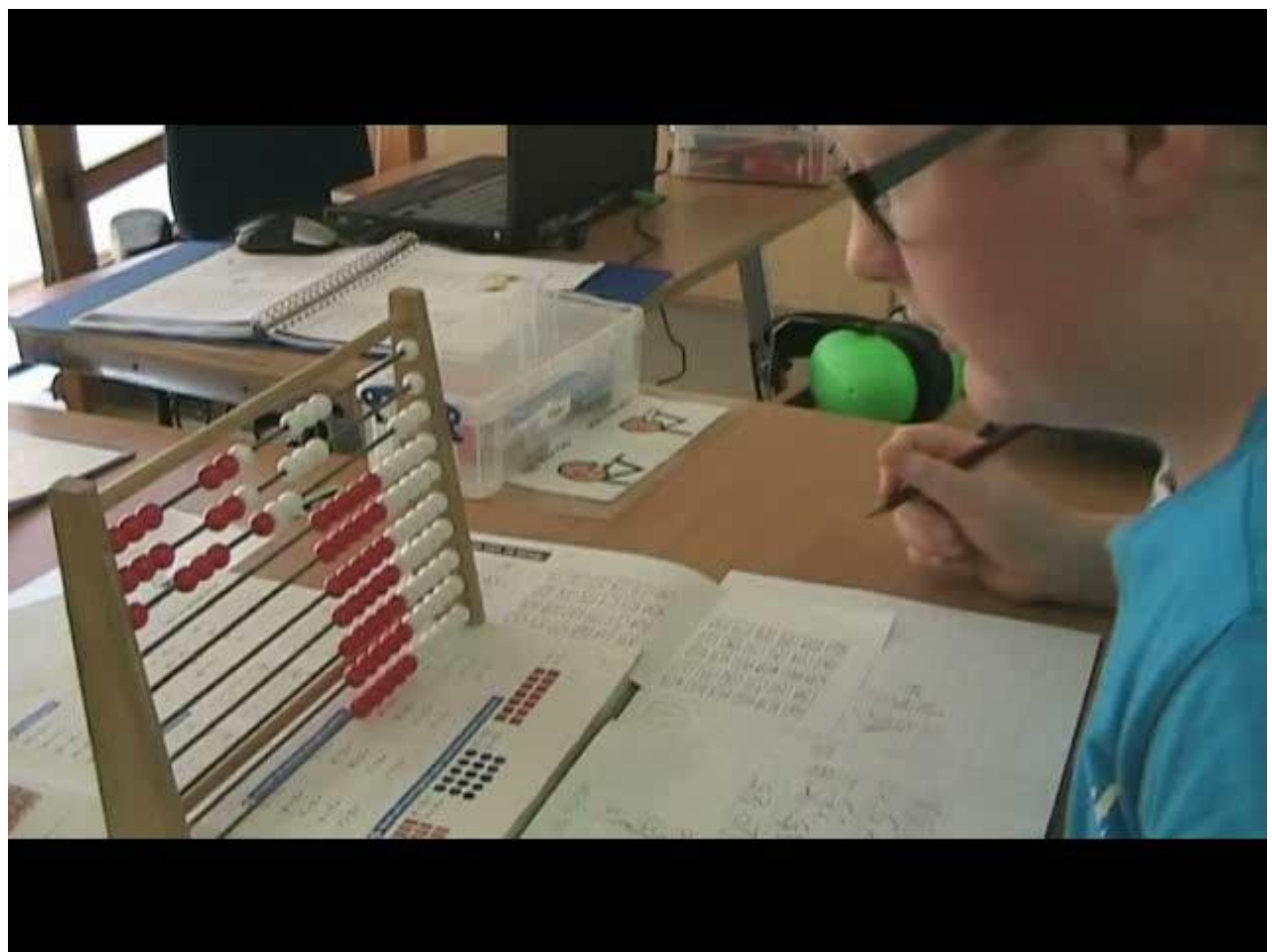
2 5



$$57 - 9 = \dots$$

7 2

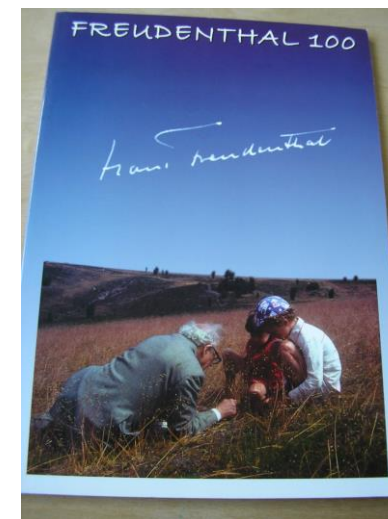




Aansluiting zoeken bij de common sense reality van kinderen

Freudenthal (1991) legt uit dat wiskunde zich spontaan ontwikkelt bij het jonge kind. Wiskunde maakt al vroeg deel uit van de common sense reality en de wiskundige taal van de common language of everyday life. In het reken-wiskundeonderwijs zou daarom moeten worden aangesloten bij de common sense reality van kinderen. Freudenthal spreekt in dit verband over 'Mathematics starting and staying in reality'.

Ter Heege, Goris, Keijzer en Wesker (redactie)
Freudenthal 100 : Speciale editie van de Nieuwe Wiskrant t.g.v.
honderste geboortedag van professor Hans Freudenthal (2005)



Voorbeelden betekenisvol modelgebruik

- Zie ook: Ivanka van Dijk (2002) The learner as designer: Processes and effects of an experimental programme in modeling in primary mathematics education.

Zij vroeg zich af of het mogelijk zou zijn om leerlingen hun eigen denkmodellen te laten tekenen in plaats van deze kanten-klaar aan te reiken.

- Zie ook Speciaal Rekenen: Kralenlessen en Eierdoosleergang

https://www.fisme.science.uu.nl/toepassingen/01042/documents/katern_kralenlessen_lessen.pdf

https://www.fi.uu.nl/toepassingen/01044/documents/katern_eierdozen_2411.pdf





Intermezzo contexten aan het begin van de leerlijn


$$1 \frac{1}{2} : \frac{1}{4}$$

- Hoe los jij deze som op?
- Welke context uit de wereld om ons heen, kan helpend zijn?
- Welk model is hieruit te genereren?

Werkvorm voor studenten/ leerkrachten

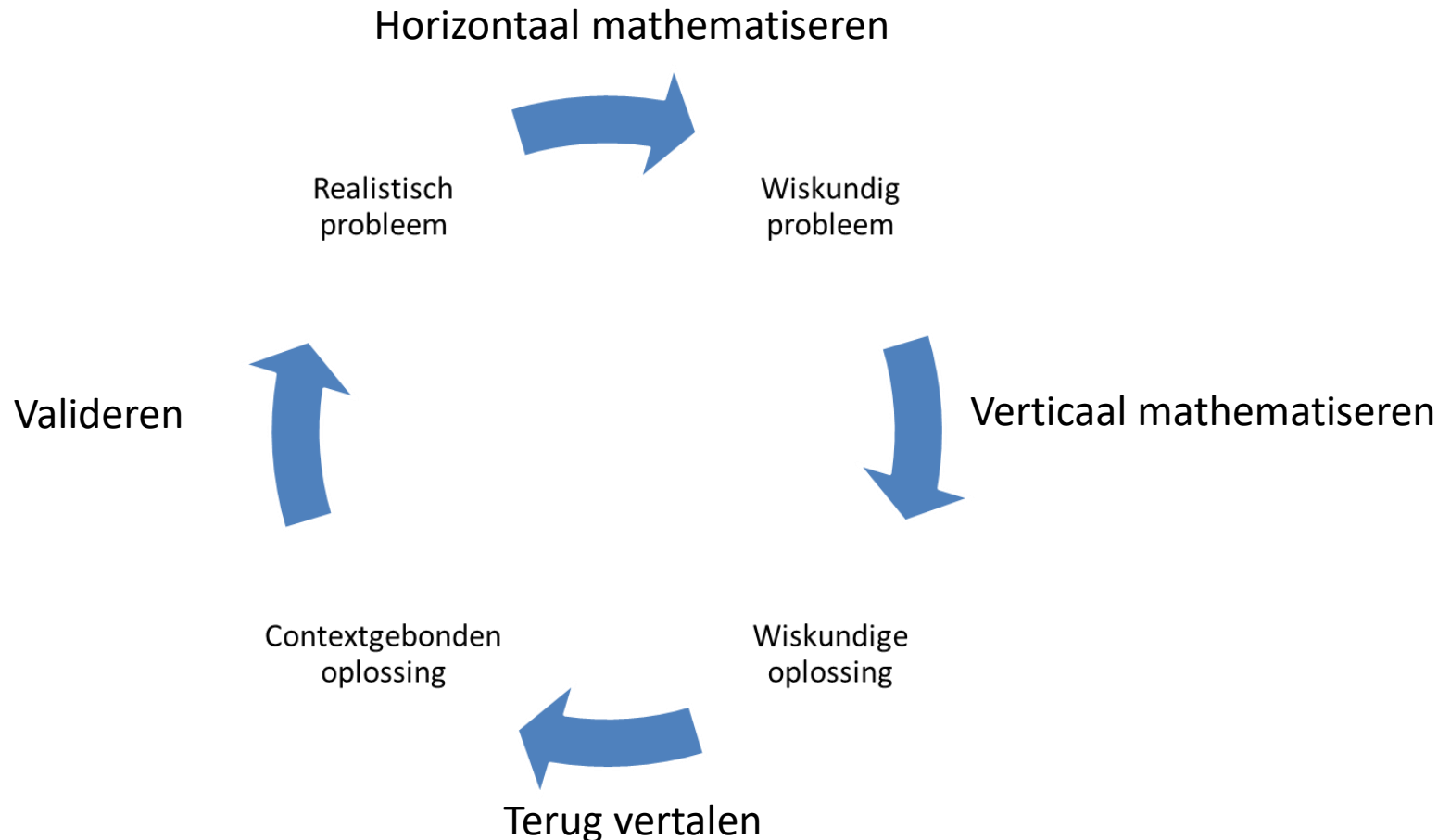
- Reik een formele som aan, bijvoorbeeld $24 \times 1,5$. Laat je collega's deze som op zoveel mogelijke manieren oplossen. Laat hen de oplossingsmanieren visualiseren en laat hen, waar mogelijk, het bijbehorende denkmodel erbij tekenen. Laat hen bedenken wat uit de alledaagse wereld zou kunnen bijdragen aan de begripsvorming. Vraag onderbouwcollega's hoe zij de wereld van alle dag gebruiken om kinderen uit te nodigen tot rekenwiskundige handelingen.
- Laat je collega's op zoek gaan naar strategiegebruik in de gebruikte methode en de bijbehorende modellen. Laat hen die aan elkaar presenteren. Maak er bijvoorbeeld een spel van: Wat hoort bij elkaar?

Contexten aan het eind van de leerlijn

De wereld om ons heen als rijke bron om onze reken-wiskundige kennis toe te passen in betekenisvolle situaties. Verstrengeling van leerlijnen.

- Redactiesommen - Verhaalsommen
- Toepassing (in andere vakgebieden) (Flexibel toepassen)
- Modelleren en probleemoplossen
- Puzzels

Horizontaal en verticaal mathematiseren



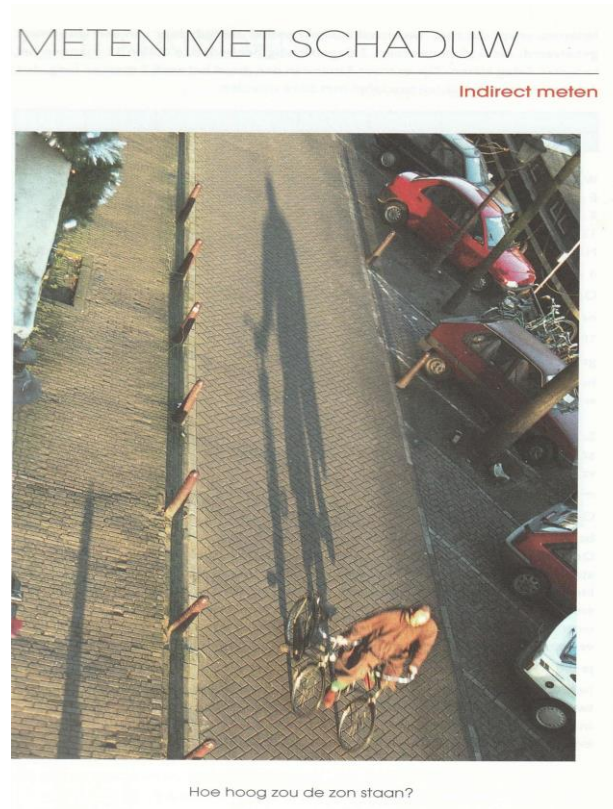
Mathematiseren is de werkwijze waarbij men situaties en problemen uit de concrete wereld (het dagelijks leven) zo bewerkt, dat men de reken-wiskundige kennis erop los kan laten.

Wanneer dit mathematiseren zich beperkt tot het vertalen van de situatie of het probleem naar de bijbehorende formele rekentaal, dan spreekt men van **horizontaal mathematiseren**.

Men spreekt van **verticaal mathematiseren**, wanneer de formele rekentaal een plaats krijgt in het samenhangende en logische bouwwerk van rekenen-wiskunde en in het bijzonder binnen een didactische leerlijn.

Toepassing: Alledaags rekenen

Als je het *alledaags rekenen* beheerst, houd je controle op het reilen en zeilen van alledag. Dit staat geschreven in het boek *Alledaags rekenen* (Kool & De Moor, 2016).



Kijk ook eens op de Facebookpagina Huis-Tuin-En-Keukenwiskunde



Probleemoplossen

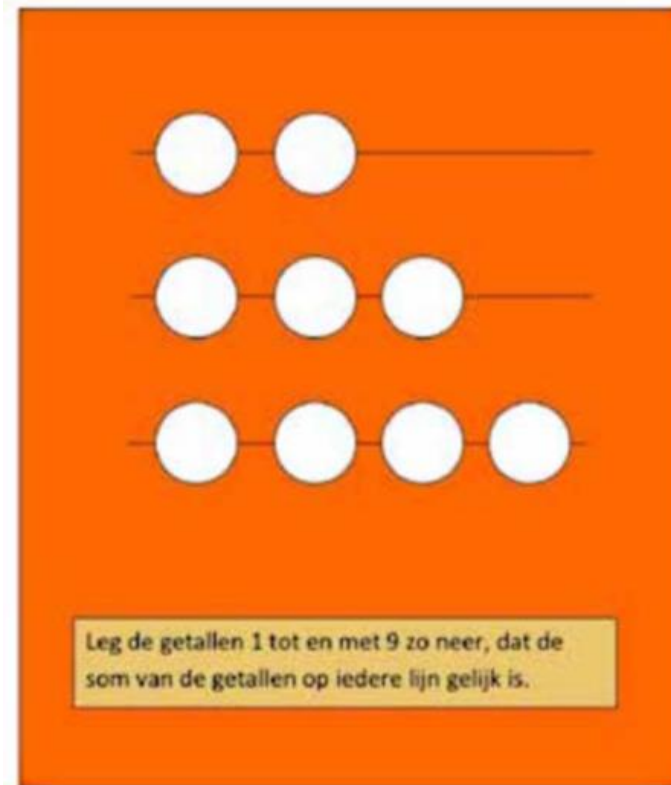


**Als je me niet
wilt laten denken,
stel me dan ook
geen vragen meer!**

Puzzels: Over regels en vrijheidsgraden

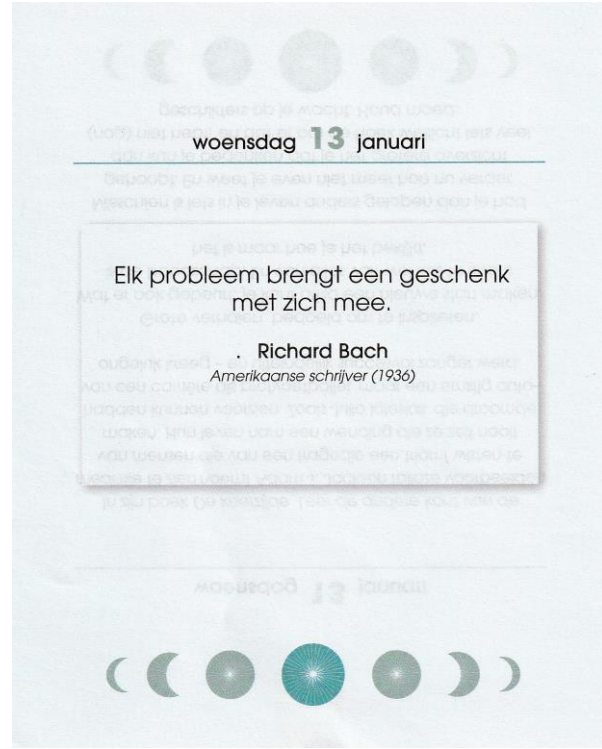
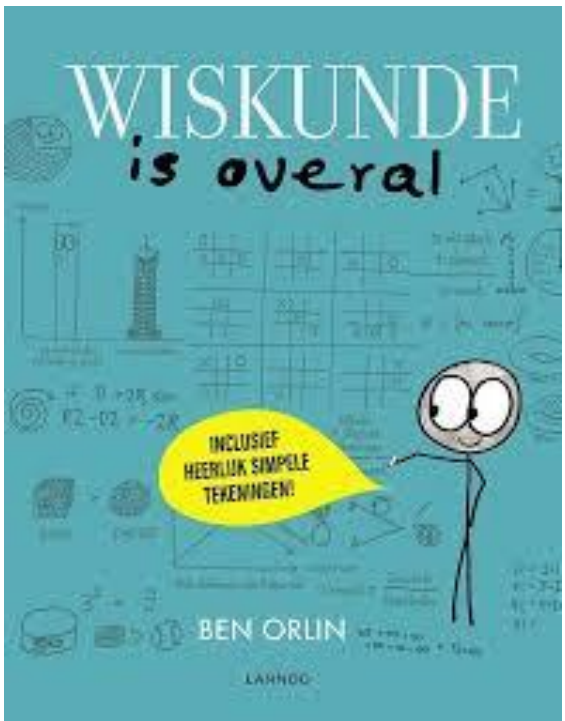
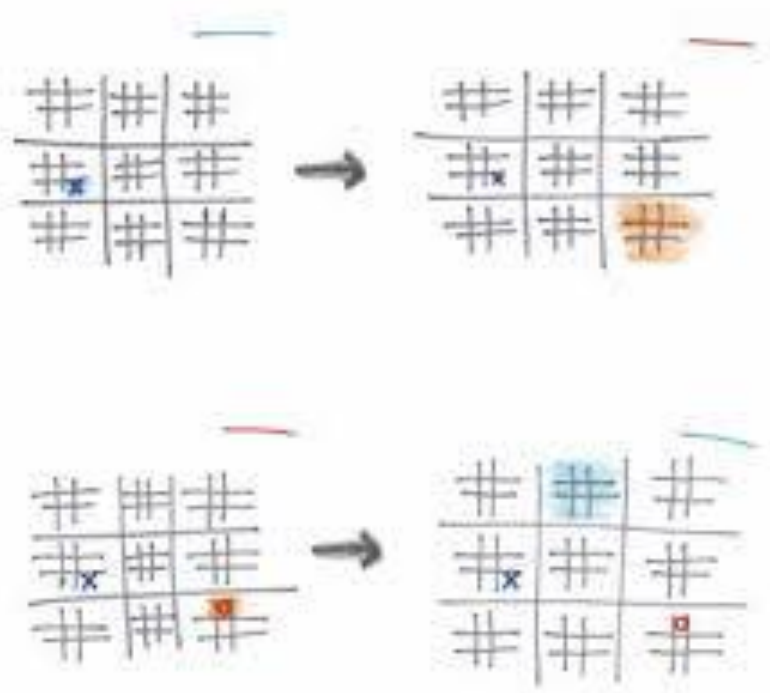


Zalogo



Creativiteit die ontstaat uit beperkingen

Richard Feynman: Creativiteit is verbeelding in een dwangbuis!



Wiskunde is overal. De wereld om ons heen maakt ons nieuwsgierig. Wakker die nieuwsgierigheid aan!



Intermezzo contexten aan het eind van de leerlijn

Waar ging jouw
rekenhoofd
onlangs op aan?

Werkvormen studenten/ leerkrachten

- Breng een 'real live' probleem in (context aan het eind van een leerproces). Laat de leerkrachten in groepjes aan de slag gaan om te bedenken hoe zij het probleem kunnen vertalen naar wiskunde en hoe zij dit vervolgens oplossen. Vergelijk de verschillende oplossingsprocedures met elkaar.
- Zorg dat je elke teambijeenkomst een item hebt: Wat zet jou in het dagelijkse leven aan het denken? Waar ging jouw rekenhoofd op aan?

Afsluiting

Vragen?

Reacties op artikel/ werkgroep?

b.terlouw@kpz.nl



Hogeschool

KPZ