

Wiskundig redeneren op de basisschool: algebra in groep 7

Mara Otten (promovendus)

Universiteit Utrecht

m.otten@uu.nl

Begeleiders:

Prof. Dr. Marja van den Heuvel Panhuizen (Universiteit Utrecht)

Dr. Michiel Veldhuis (Universiteit Utrecht)

Prof. Dr. Aiso Heinze (IPN Kiel)

Opzet werkgroep

- Korte introductie onderzoeksproject
- Aan de slag met de hangmobiel
- Resultaten van ons onderzoek

Beyond Flatland Project

Doel: meer wiskundig redeneren op de basisschool introduceren

We richten ons op groep 7

Drie **wiskundige domeinen**:

- Grafieken (modelleren van dynamische data)
- Kans
- Algebra

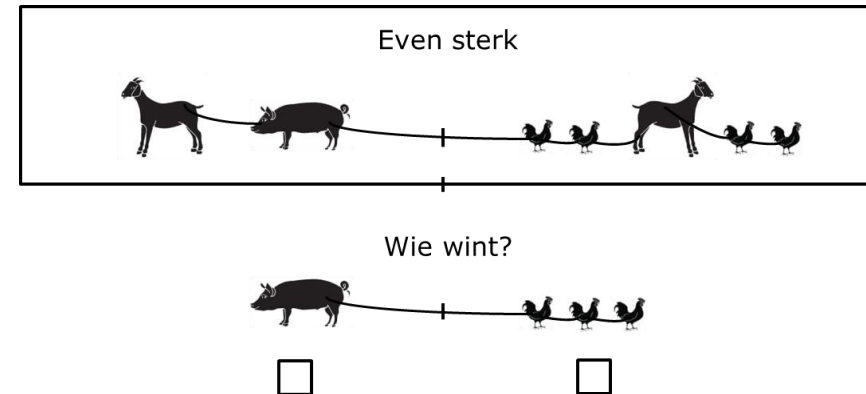
Pre-algebra

Doel: ontwikkelen van een lessenserie (voor groep 7) van zes lessen over pre-algebra

Hoe kan het algebraïsch redeneren van basisschoolleerlingen uitgelokt / gestimuleerd worden?

Ontwikkeling van de lessenserie: Vergelijkingen

- Focus op vergelijkingen
- Informeel algebraïsch redeneren
- Specifieker: context-gebaseerde vergelijkingssituaties als startpunt (i.p.v. formele vergelijkingen)



$$\begin{aligned} 10Y &= 2X \\ X &= 2Y + Z \\ Z &= \dots Y? \end{aligned}$$

Embodiment Theorie

Fysieke ervaringen met een bepaald (wiskundig) concept, kunnen bijdragen aan een beter begrip van dit concept.

Opdracht in groepen

5 groepen

Opdracht: Ontdekt welke dingen je allemaal kan doen met de hangmobiel, terwijl je zorgt dat deze recht blijft.

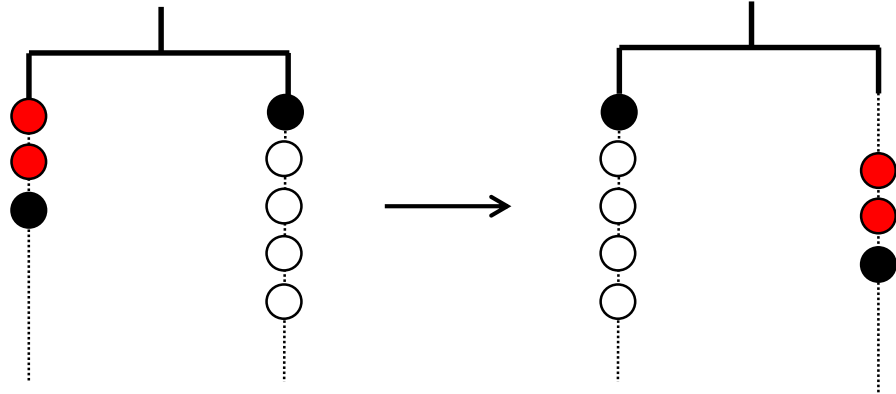
Maak een poster van jullie bevindingen!

Discussie

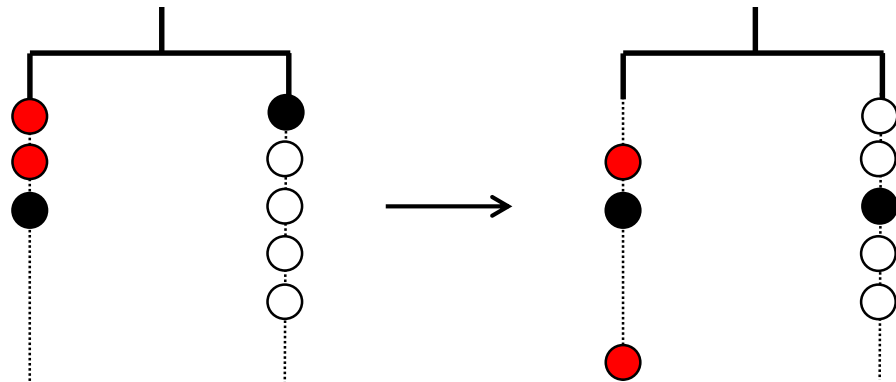
Wat kan er allemaal veranderd worden aan de hangmobiel, terwijl je zorgt dat deze recht blijft?

Aantal opties:

- Omwisselen van L/R

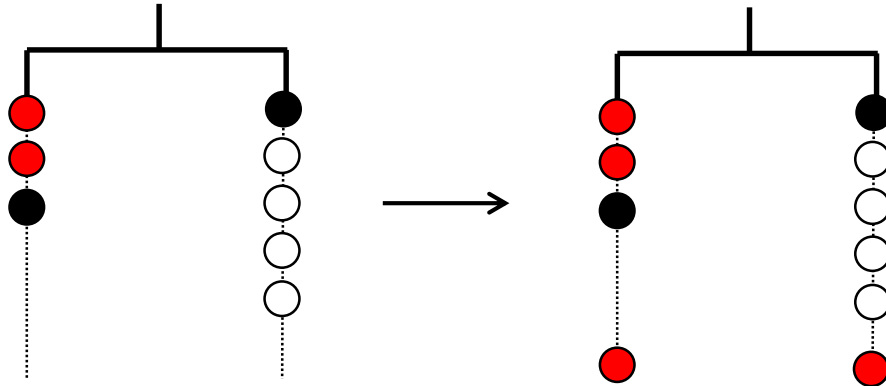


- Volgorde van de balletjes aan één kan veranderen

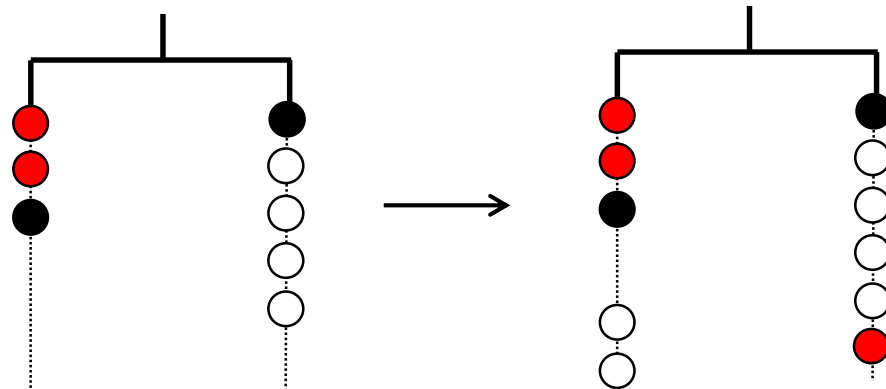


Aantal opties:

- (Gelijke) balletjes toevoegen aan beide kanten

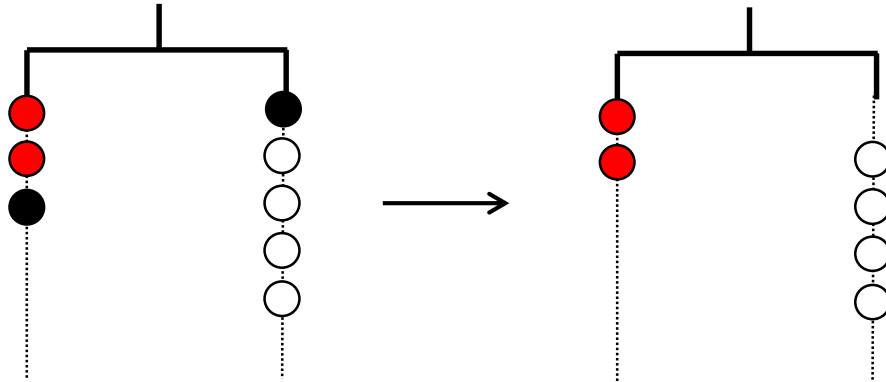


- Balletjes aan beide kanten toevoegen (op basis van de verhouding)

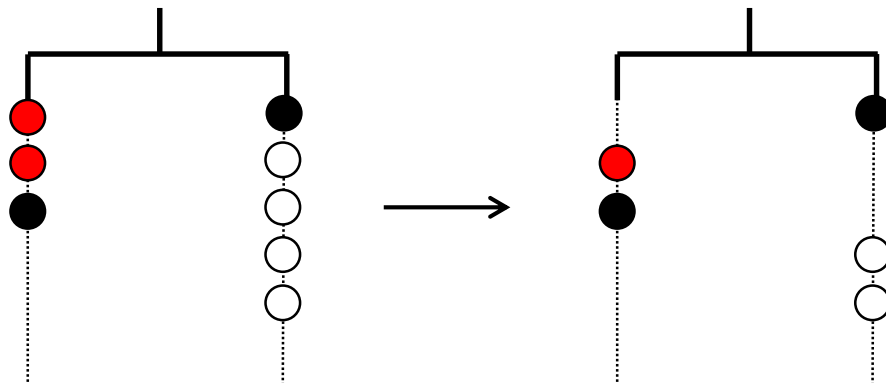


Aantal opties:

- (Gelijke) balletjes wegnemen aan beide kanten

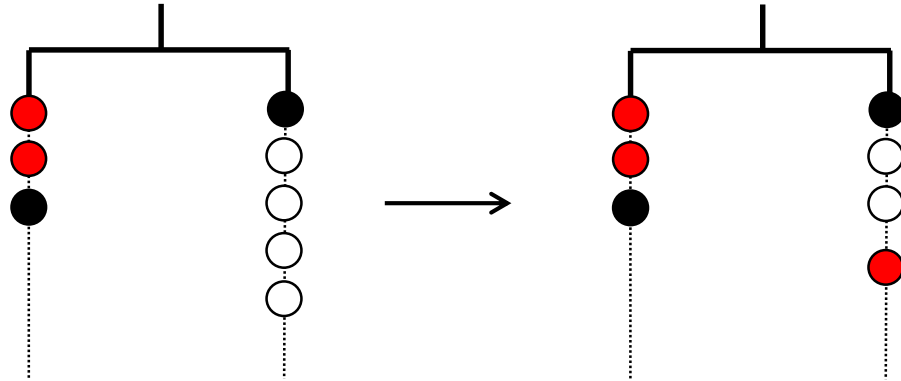


- Balletjes aan beide kanten wegnemen (op basis van de verhouding)



Aantal opties:

- Balletje van een bepaalde kleur vervangen door balletjes van een andere kleur (op basis van de verhouding)



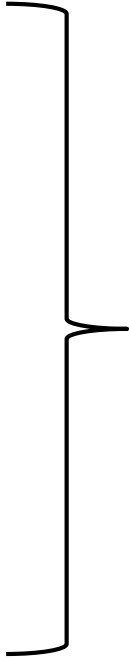
- ...

Discussie

Welke algebraïsche principes/concepten/strategieën komen terug in deze opdracht?

Wat komt er in deze opdracht aan bod?

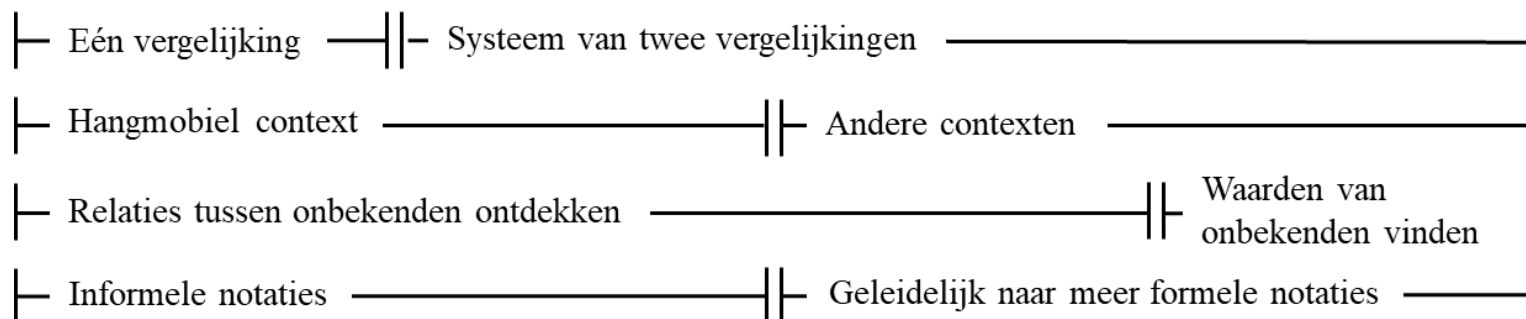
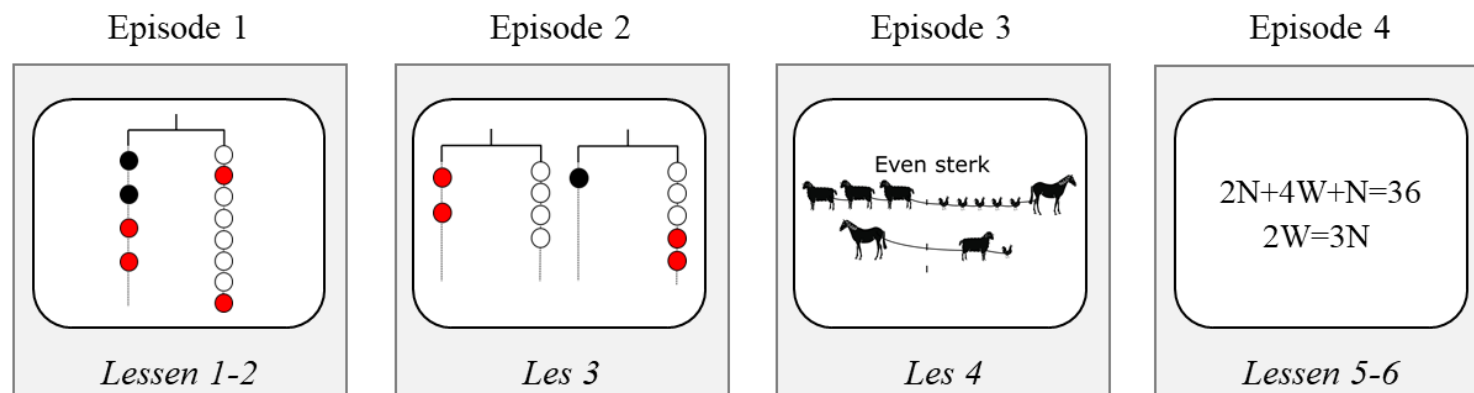
- Gelijkheid
- Herstructurering
 - Links/rechts omwisselen
 - Positie aan één kant veranderen
- Isolatie
 - Additief verminderen
 - Multiplicatief verminderen
- Substitutie
 - Vervangen van onbekenden
- Notaties
- Taal
- ...



Algebraïsche
strategieën

Lessenserie

- Werken met de hangmobiel stond centraal in eerste lessen van de lessenserie



Onderzoeksvraag 1

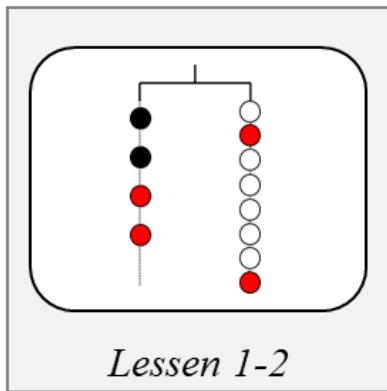
Hoe ontwikkelt het algebraïsch redeneren van de leerlingen gedurende de lessenserie?

LES 1

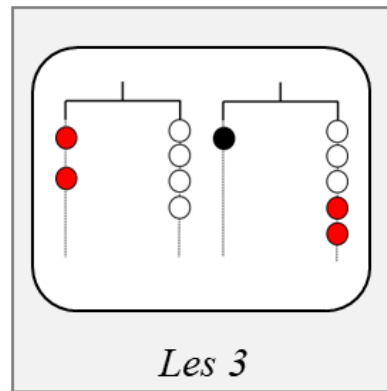


Lessenserie

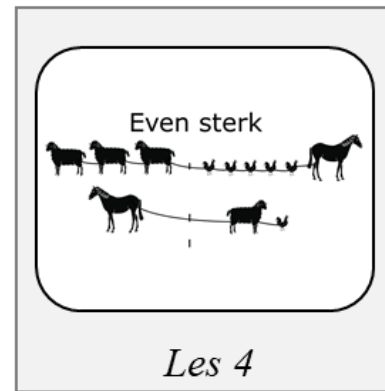
Episode 1



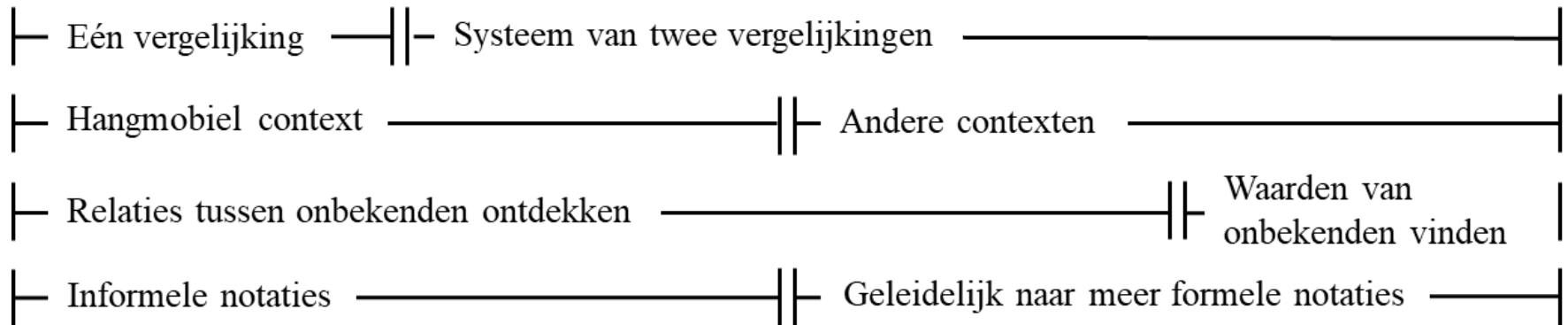
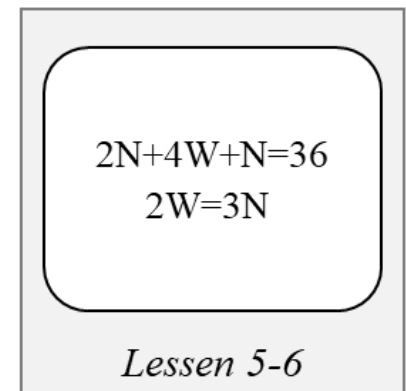
Episode 2



Episode 3



Episode 4



LES 6

Substitutie van
onbekenden door
andere onbekenden

$$M + 3L = 25$$

$$2M = 4L$$

$$\begin{array}{c} \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \end{array} \quad 25 : 5 = 5 \quad \begin{array}{c} \text{m} \\ \text{m} \\ \text{m} \end{array} \quad \begin{array}{c} \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \end{array} = \begin{array}{c} \text{m} \\ \text{L} \end{array}$$

Isolatie

$$\begin{array}{c} \text{L} \\ \text{M} \\ \text{L} \\ \text{L} \end{array} \quad 25 \quad \begin{array}{c} \text{L} \\ \text{L} \\ \text{L} \end{array} \quad \text{L} = 5 \quad 25 - 5 = 20 : 2 = 10$$

Substitutie van
onbekenden door
waarden

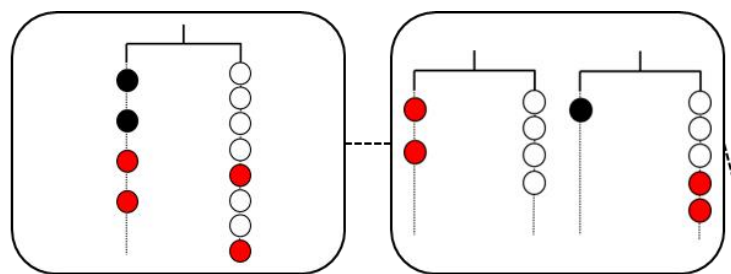
$$M = 10 \quad L = 5$$

Laat zien hoe je de
antwoorden hebt gevonden!

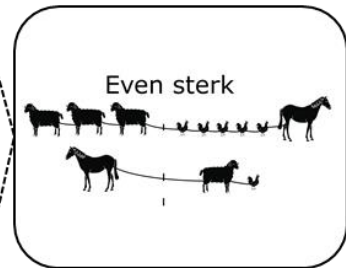
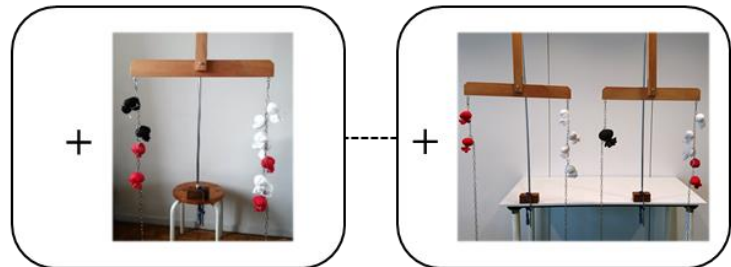
Onderzoeksvraag 2

Wat is het effect van het gebruik van verschillende typen van de hangmobiel?

Hangmobiel op papier



Fysieke hangmobiel



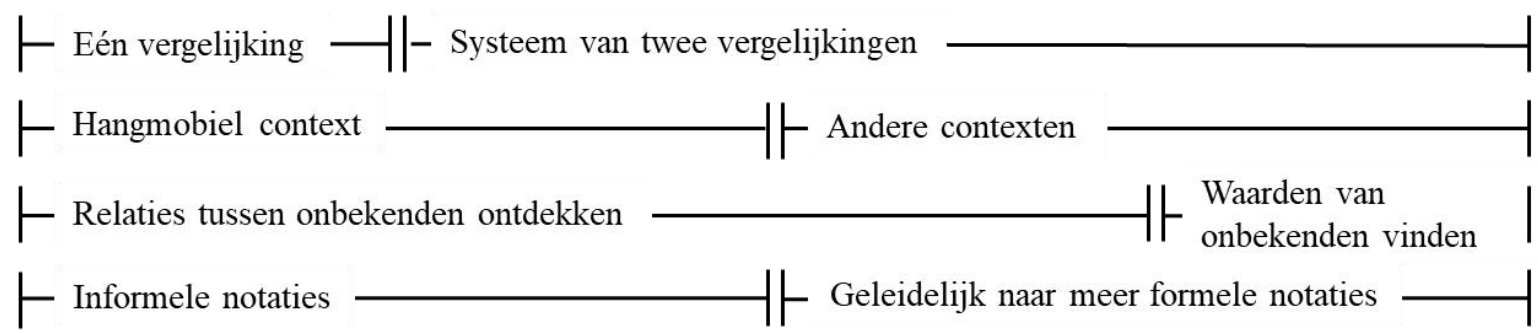
$$2N+4W+N=36$$
$$2W=3N$$

Episode 1
Lessen 1-2

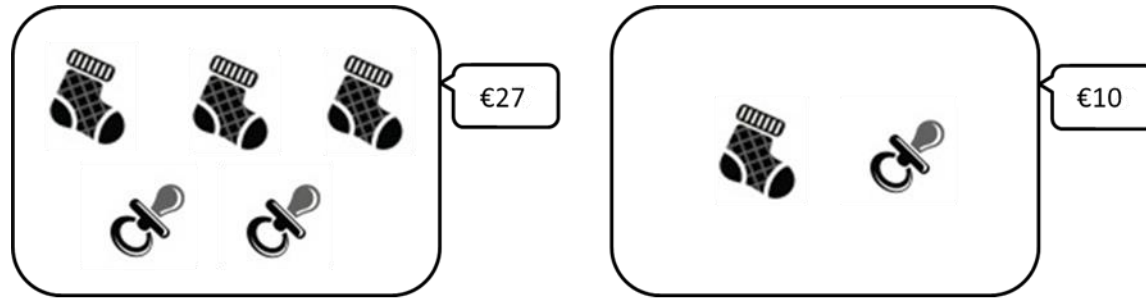
Episode 2
Les 3

Episode 3
Les 4

Episode 4
Lessen 5-6



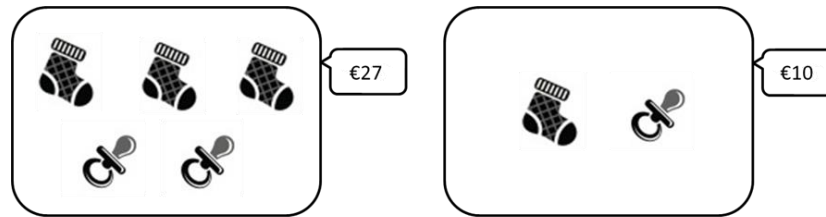
Gekeken naar de ontwikkeling in redeneren gedurende het schooljaar



12a. Vul in:



12b. Hoe weet je dit?



12a. Vul in:



12b. Hoe weet je dit?

Geen van de vergelijkingen
gebruiken in redeneren [R0]

*Je moet gewoon makkelijk
rekenen*

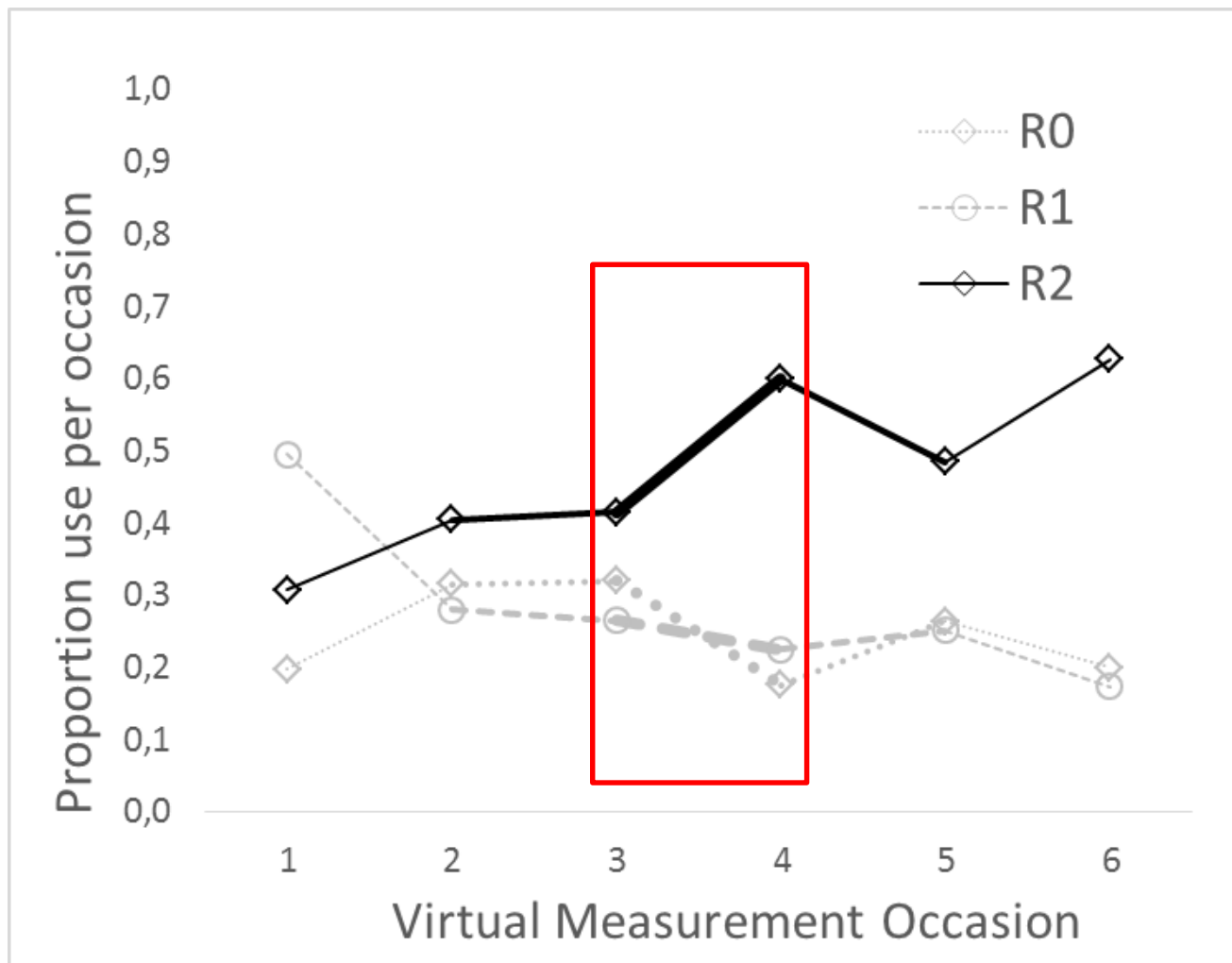
Redeneren op basis van één
vergelijking [R1]

*Je neemt de helft. En dus is
het $5+5 = 10$.*

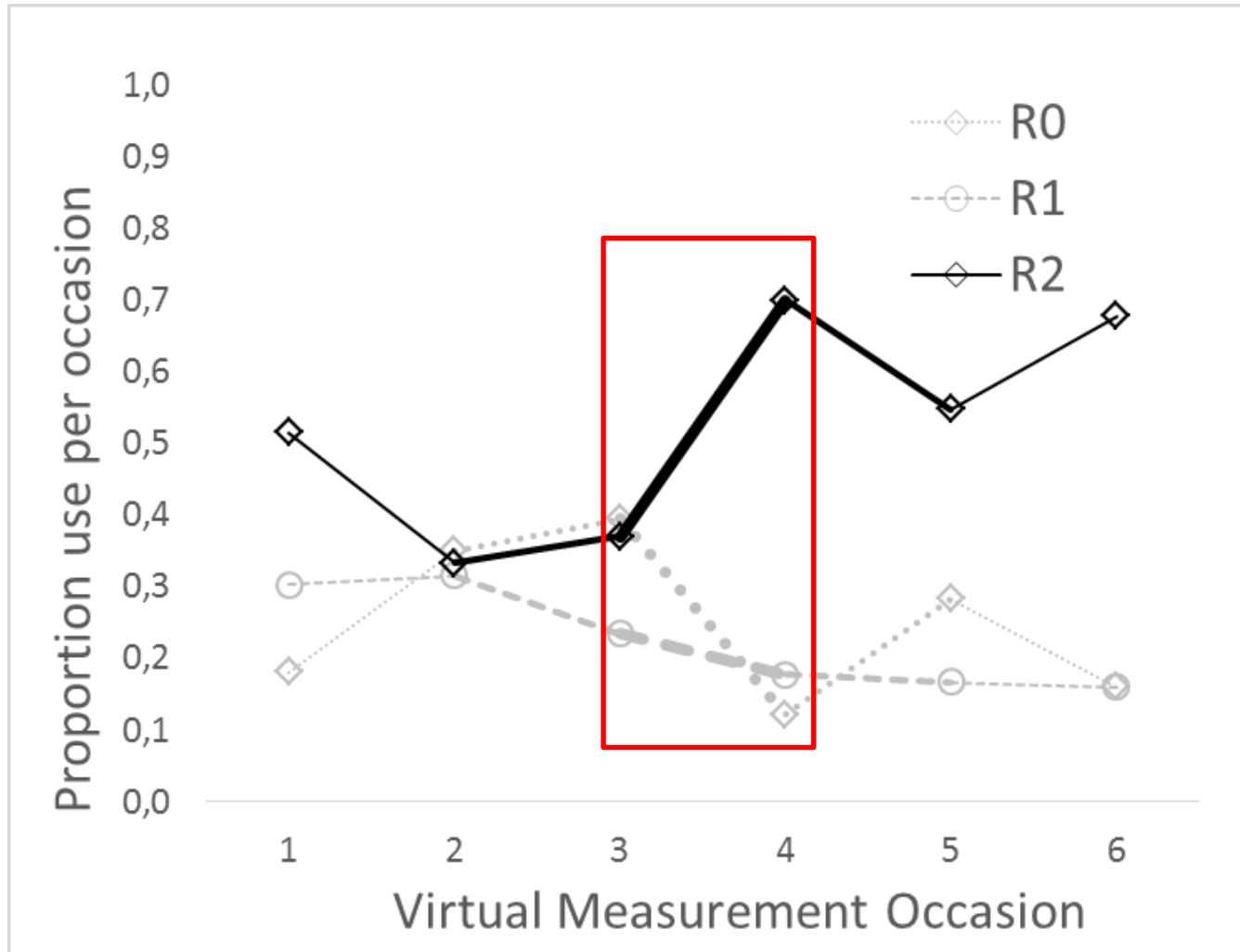
Redeneren op basis van allebei
de vergelijkingen [R2]

*De tweede past in de eerste.
Dan doe je $10 + 10 = 20$, en dan
heb je bij deze nog een sokje
over. Dus het sokje is 7. En dan
is de speen 3*

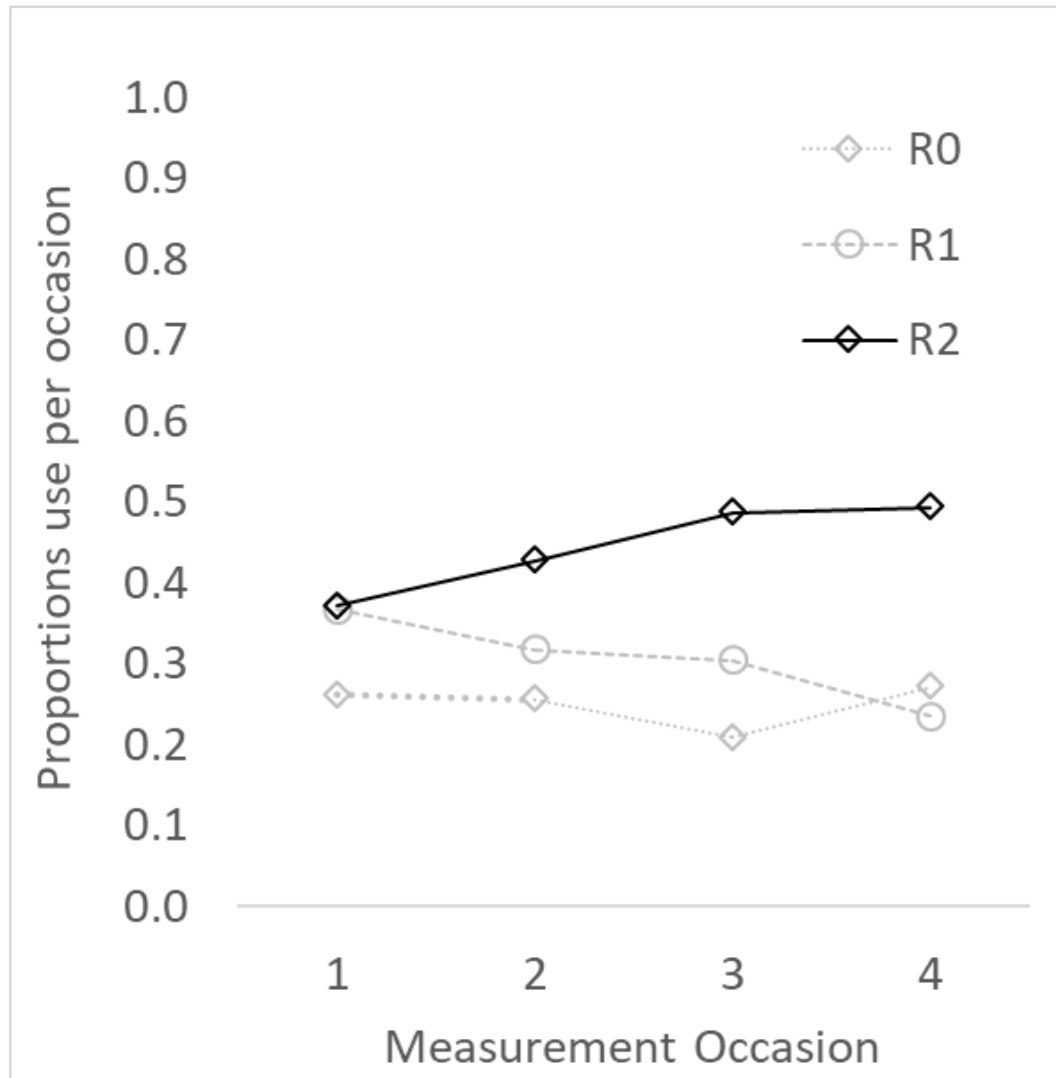
Ontwikkeling in redeneren: Hangmobiel op papier



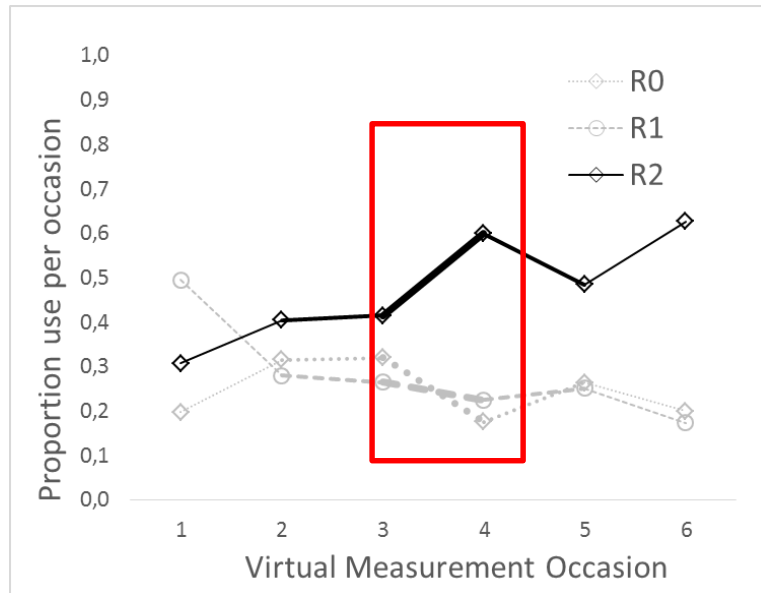
Ontwikkeling in redeneren: Fysieke hangmobiel



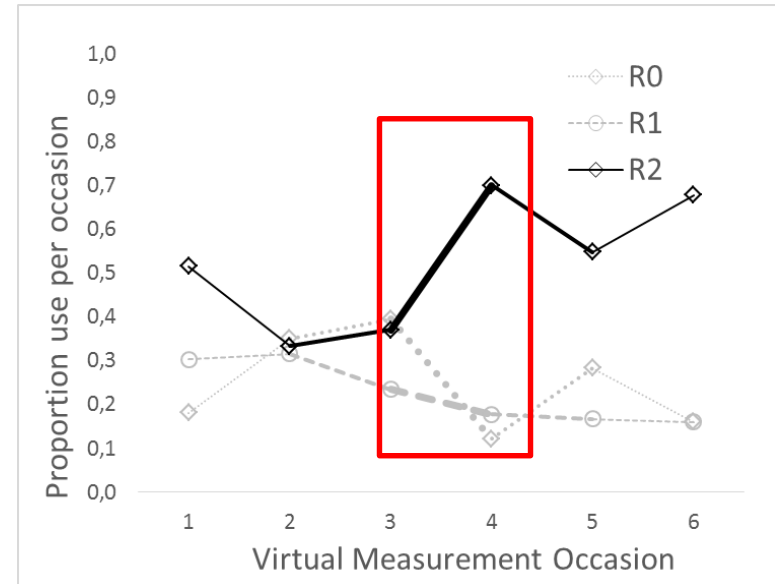
Controle conditie



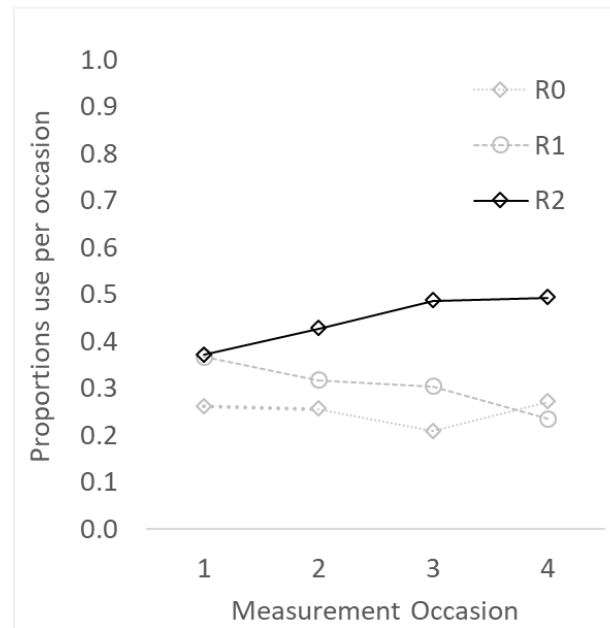
Hangmobiel op paper



Fysieke hangmobiel



Controle conditie



Meer lezen?

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (2019). The balance model for teaching linear equations: A systematic literature review. *International Journal of STEM Education*, 6, 30.

doi:10.1186/s40594-019-0183-2

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M., & Heinze, A. (2019). Developing algebraic reasoning in primary school using a hanging mobile as a learning supportive tool / El desarrollo del razonamiento algebraico en educación primaria utilizando una balanza como herramienta de apoyo. *Infancia y Aprendizaje*, 42, 615-663. doi:10.1080/02103702.2019.1612137

Otten, M. (2018). Het fizier gericht op... algebraïsch redeneren. *Euclides*, 93(6), 32-34.

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., Veldhuis, M., Heinze, A., & Goldenberg, P. (2017). Eliciting algebraic reasoning with hanging mobiles. *Australian Primary Mathematics Classroom*, 22(3), 14-19.

Otten, M., Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Veldhuis, M. (2016). Lala en de hangmobiel: redeneren met onbekenden. *Volgens Bartjens*, 35(4), 8-11.

Bedankt voor het bijwonen van de werkgroep!

Mara Otten
m.otten@uu.nl