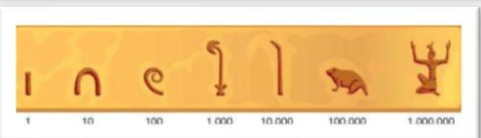


—	=	≡	ƴ	ʀ	ϕ	ʁ	ʂ	ʃ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
∞	0	5	2	7	1	3	⊖	⊕
10	20	30	40	50	60	70	80	90
ʁ	ʁ	ʁ	9	97	97			
100	200	500	1000	4000	70000			

Hoe het is gekomen dat iedereen kan leren rekenen

Gerard Boersma HAN Faculteit educatie

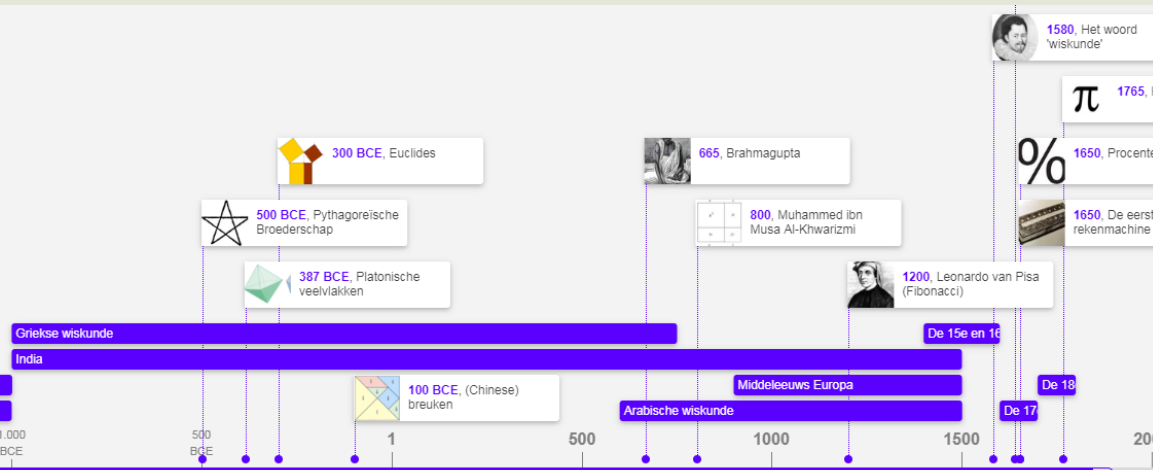


2,000 BCE, Het Egyptische getalsysteem

2,000 BCE, Sexagesimaal talstelsel

Mesopotamië

Egypte



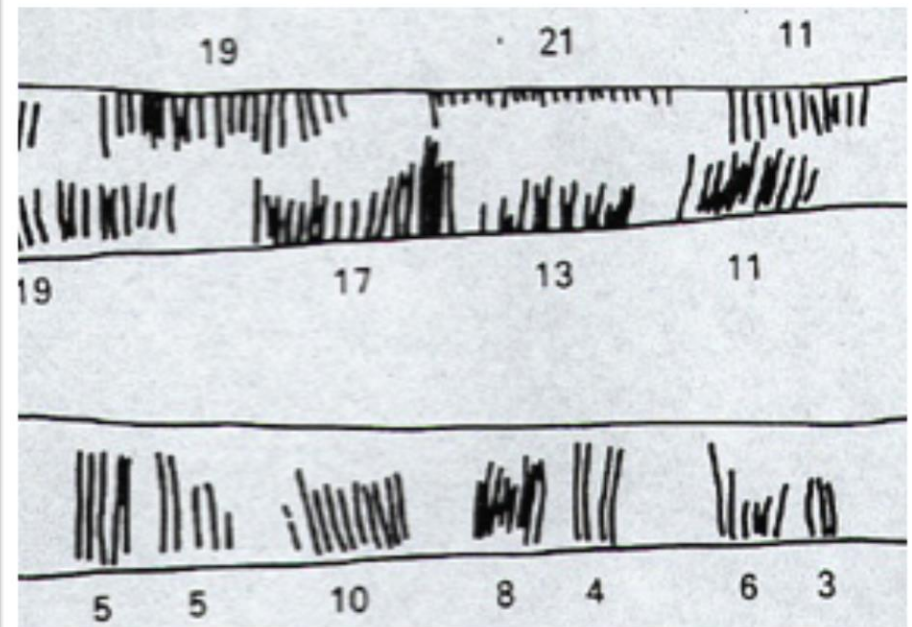
Waarom geschiedenis?

- Kennen van de geschiedenis van een wiskundig concept of techniek leidt tot een dieper begrip ervan.
- Leidt tot een positievere attitude ten opzichte van wiskunde: wiskunde is gewoon door mensen bedacht. In een bepaalde tijd en op een bepaalde plaats
- Sluit aan op natuurlijke nieuwsgierigheid van leerlingen.
- Bron voor lesactiviteiten.

Opzet werkcollege

- Inleiding
- Tellen
- Talstelsels en rekenen
 - Ontstaan
 - Egyptisch
 - Babylonisch
 - Romeins
 - Hindoe-Arabisch
- Afsluiting

Ishango bot, 22.000 BC



Lemombo bot (35.000 BC)

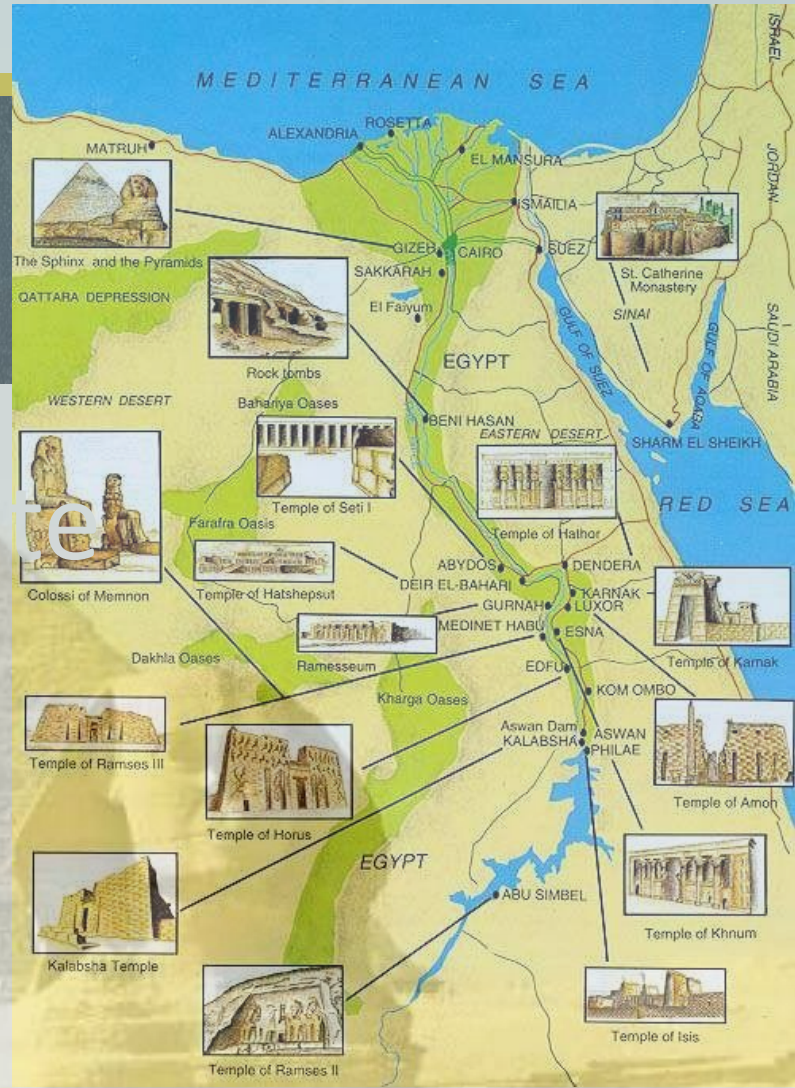


Dolni Vestonice (Tsjecho-Slowakije)



Piraha





Getallen: hiërogliefen

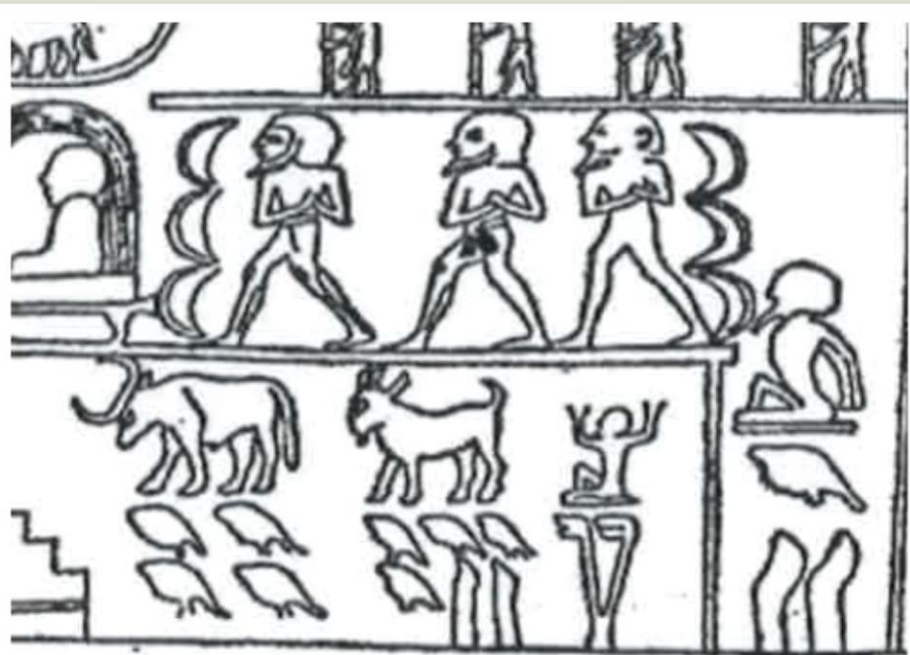


1 10 100 1,000 10,000 100,000 1,000,000

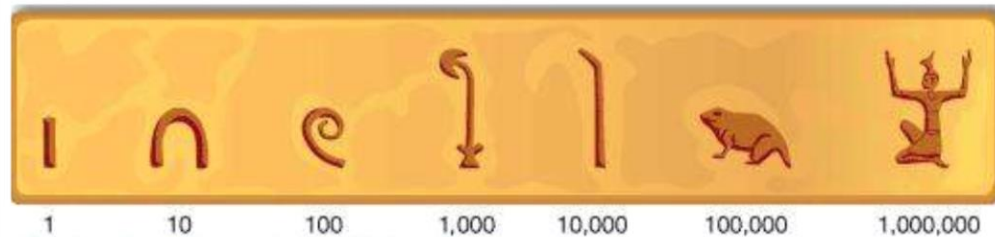

 $= 8(1) + 5(10) + 4(100) + 8(1,000)$
 $+ 5(10,000) + 2(100,000) = 258,458$



Staf van Koning Menes (3000 B.C.)



Gedeelte van de inscripties op de staf van Menes



Opgave 1.

Hoeveel ossen, geiten en gevangenen heeft koning Menes verworven?

Opgave 2.

Schrijf in hieroglyfen:

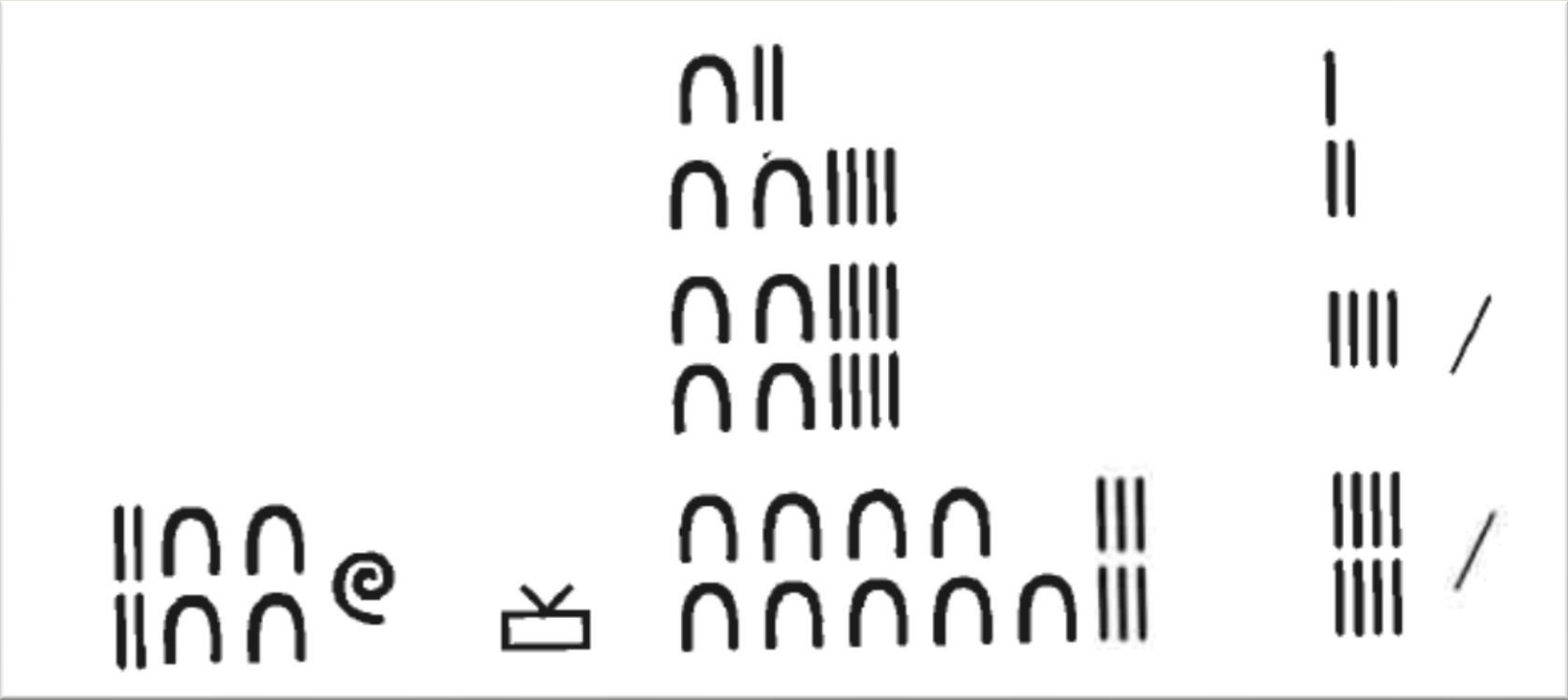
a. 53

b. 12.245

Getallen: hiëratisch

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
units	𐍪	𐍫	𐍬	𐍭	𐍮	𐍯	𐍰	𐍱	𐍲
tens	𐍳	𐍴	𐍵	𐍶	𐍷	𐍸	𐍹	𐍺	𐍻
hundreds	𐍼	𐍽	𐍾	𐍿	𐎀	𐎁	𐎂	𐎃	𐎄
thousands	𐎅	𐎆	𐎇	𐎈	𐎉	𐎊	𐎋	𐎌	𐎍
tens of thousands	𐎎								
hundreds of thousands	𐎏								

Wat wordt hier uitgerekend?



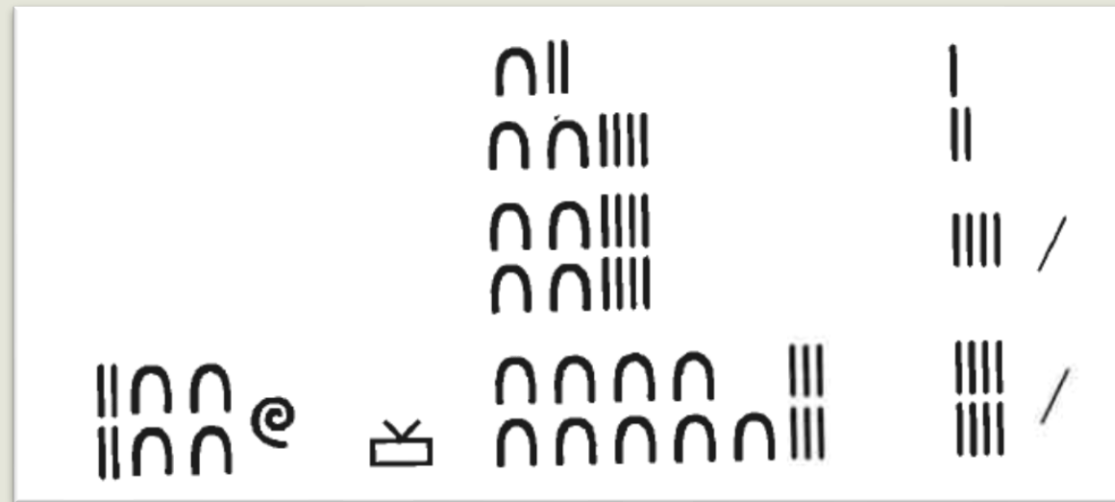
Vermenigvuldigen: 12×12

$$12 \times 1 = 12$$

$$12 \times 2 = 24$$

$$/ \quad 12 \times 4 = 48$$

$$/ \quad 12 \times 8 = 96$$



$$12 \times 12 = 96 + 48 = 144$$

Vermenigvuldigen

Opgave 3

Bereken op de manier van de Egyptenaren:

$$1 \quad 12$$

$$2 \quad 24$$

$$/ \quad 4 \quad 48$$

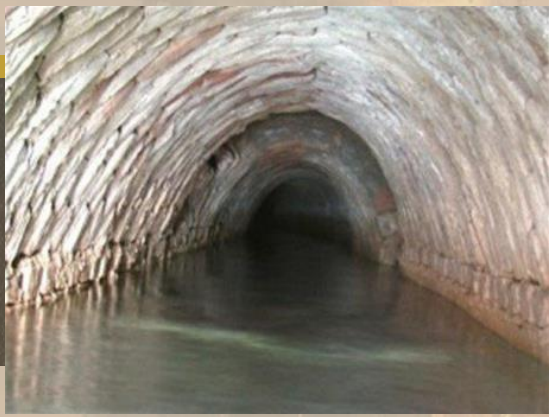
$$/ \quad 8 \quad 96$$

a) 74×64

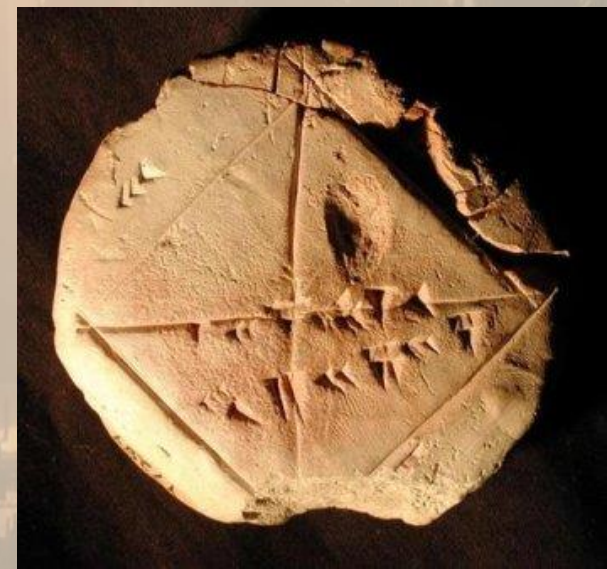
b) 31×20

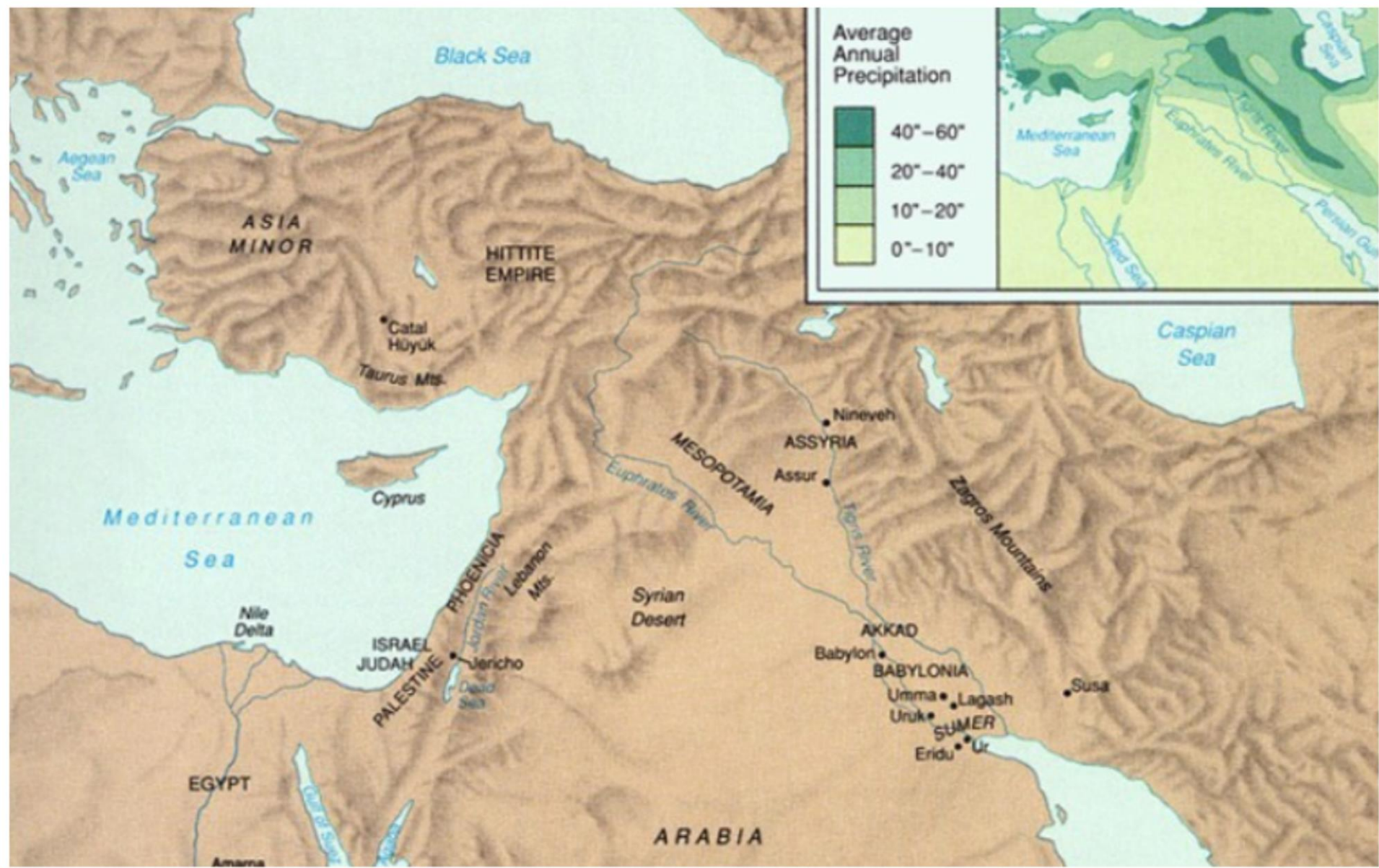
$$12 \times 12 = 96 + 48 = 144$$

Klaar?: denk na over de vraag hoe de Egyptenaren een deling zouden kunnen aanpakken, bijvoorbeeld: $252 : 12$



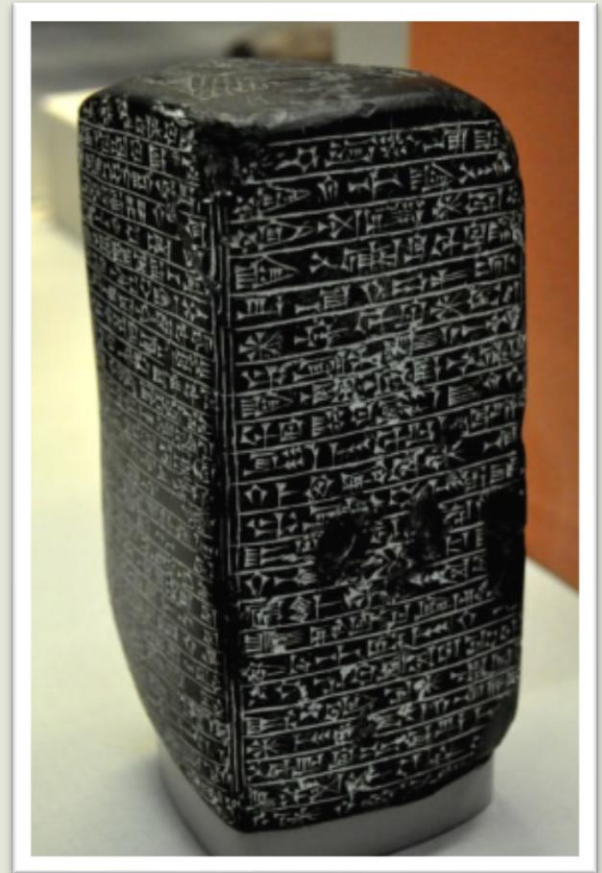
De Babyloniërs





Grap uit Babylon (ongeveer 700 BC)

Nadat hij op de tafel der lotsbestemmingen het getal 70 had geschreven voor het aantal jaren dat Babylon leeg moest blijven, kwam de god Marduk in zijn barmhartigheid op zijn beslissing terug. Hij draaide de cijfers om en besloot dat de stad al na 11 jaar weer bewoond mocht worden.

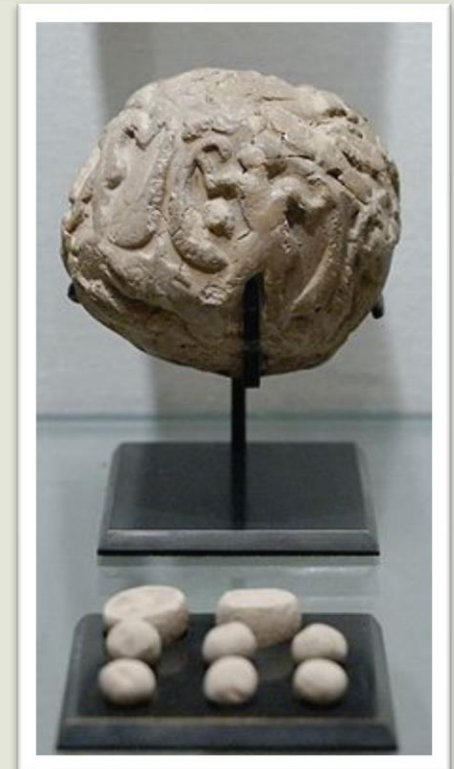


Van calculi naar cijfers



3500-3100 BC

8000-4000 BC

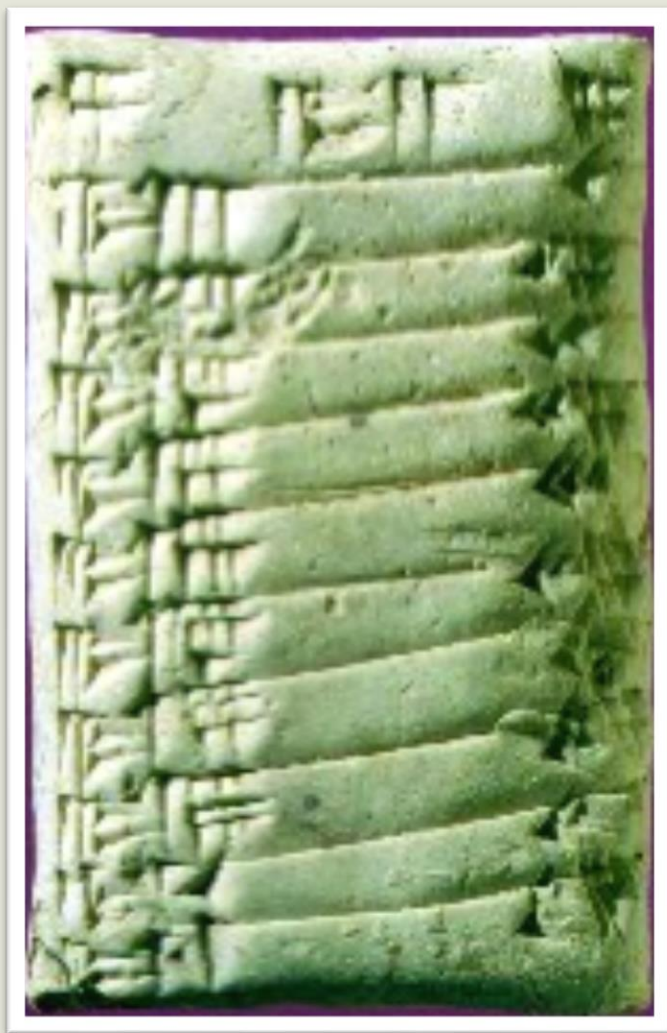


Getallen



┆	1	<┆	11	<<┆	21	<<<┆	31	<<<<┆	41	<<<<<┆	51
┆┆	2	<┆┆	12	<<┆┆	22	<<<┆┆	32	<<<<┆┆	42	<<<<<┆┆	52
┆┆┆	3	<┆┆┆	13	<<┆┆┆	23	<<<┆┆┆	33	<<<<┆┆┆	43	<<<<<┆┆┆	53
┆┆┆┆	4	<┆┆┆┆	14	<<┆┆┆┆	24	<<<┆┆┆┆	34	<<<<┆┆┆┆	44	<<<<<┆┆┆┆	54
┆┆┆┆┆	5	<┆┆┆┆┆	15	<<┆┆┆┆┆	25	<<<┆┆┆┆┆	35	<<<<┆┆┆┆┆	45	<<<<<┆┆┆┆┆	55
┆┆┆┆┆┆	6	<┆┆┆┆┆┆	16	<<┆┆┆┆┆┆	26	<<<┆┆┆┆┆┆	36	<<<<┆┆┆┆┆┆	46	<<<<<┆┆┆┆┆┆	56
┆┆┆┆┆┆┆	7	<┆┆┆┆┆┆┆	17	<<┆┆┆┆┆┆┆	27	<<<┆┆┆┆┆┆┆	37	<<<<┆┆┆┆┆┆┆	47	<<<<<┆┆┆┆┆┆┆	57
┆┆┆┆┆┆┆┆	8	<┆┆┆┆┆┆┆┆	18	<<┆┆┆┆┆┆┆┆	28	<<<┆┆┆┆┆┆┆┆	38	<<<<┆┆┆┆┆┆┆┆	48	<<<<<┆┆┆┆┆┆┆┆	58
┆┆┆┆┆┆┆┆┆	9	<┆┆┆┆┆┆┆┆┆	19	<<┆┆┆┆┆┆┆┆┆	29	<<<┆┆┆┆┆┆┆┆┆	39	<<<<┆┆┆┆┆┆┆┆┆	49	<<<<<┆┆┆┆┆┆┆┆┆	59
<	10	<<	20	<<<	30	<<<<	40	<<<<<	50	┆	60

Tafel van 5



𐎠 𐎡 𐎢 𐎣	𐎤 𐎥 𐎦	𐎧 𐎨 𐎩	𐎪 𐎫 𐎬
𐎭 𐎮 𐎯	𐎰 𐎱 𐎲	𐎳 𐎴 𐎵	𐎶 𐎷 𐎸
𐎹 𐎺 𐎻	𐎼 𐎽 𐎾	𐎿 𐏀 𐏁	𐏂 𐏃 𐏄
𐏅 𐏆 𐏇	𐏈 𐏉 𐏊	𐏋 𐏌 𐏍	𐏎 𐏏 𐏐
𐏑 𐏒 𐏓	𐏔 𐏕 𐏖	𐏗 𐏘 𐏙	𐏚 𐏛 𐏜
𐏝 𐏞 𐏟	𐏠 𐏡 𐏢	𐏣 𐏤 𐏥	𐏦 𐏧 𐏨
𐏩 𐏪 𐏫	𐏬 𐏭 𐏮	𐏯 𐏰 𐏱	𐏲 𐏳 𐏴
𐏵 𐏶 𐏷	𐏸 𐏹 𐏺	𐏻 𐏼 𐏽	𐏾 𐏿 𐐀
𐐁 𐐂 𐐃	𐐄 𐐅 𐐆	𐐇 𐐈 𐐉	𐐊 𐐋 𐐌
𐐍 𐐎 𐐏	𐐐 𐐑 𐐒	𐐓 𐐔 𐐕	𐐖 𐐗 𐐘
	𐐙 𐐚 𐐛	𐐜 𐐝 𐐞	𐐟 𐐠 𐐡

Posities




$$= 1 = 60 = 3600 = \frac{1}{60} = \frac{1}{3600} \text{ etc}$$

Opgave 6

De boer heeft  schapen. Hoeveel schapen heeft de boer?

Opgave 7

Een jaar duurt  dagen.

Geef vier verschillende waarden voor dit aantal. Welke is de juiste?

60-tallig met onze cijfers

𐎶 𐎶 𐎶 𐎶 𐎶 𐎶

- $1.5 = 1 \times 60 + 5 \times 1 = 65$
- $2.4 = 2 \times 60 + 4 \times 1 = 124$
- $1.0.5 = 1 \times 3600 + 0 \times 60 + 5 \times 1 = 3605$
- $6.0 = 6 \times 60 + 0 \times 1 = 360$
- $2,4 = 2 \times 1 + 4 \times \frac{1}{60} = 2\frac{4}{60} = 2\frac{1}{15}$

𐎶𐎶 𐎶 𐎶𐎶 𐎶𐎶 𐎶𐎶

- $21.33 = 21 \times 60 + 33 \times 1 = 1260 + 33 = 1293$

Vertalen

Opgave 8

Vertaal de decimale getallen naar het zestigtallig stelsel

a) 85

b) 1240

c) Klaar: $\frac{7}{9}$

Vertaal de zestigtallige getallen naar het tientallig stelsel

d) 5.11.40

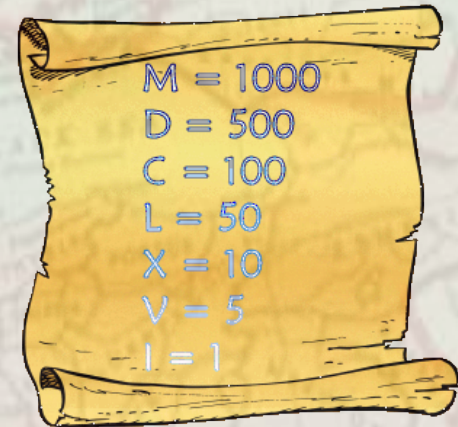
e) 0,12

f) Klaar?: 1,18

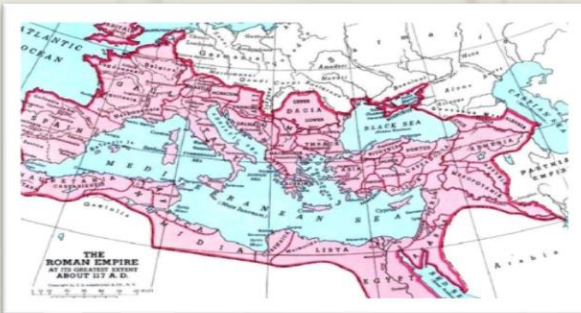
Bewerkingen

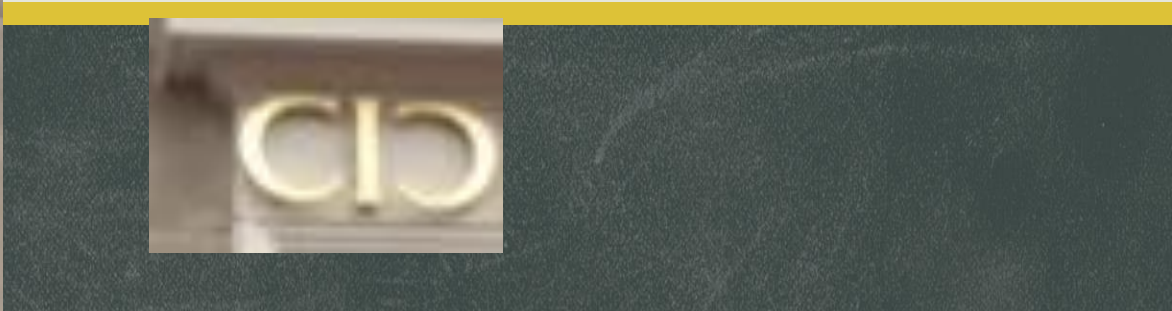
- Optellen: op een hoop gooien en zonodig inwisselen
- Aftrekken: een hoop eraf halen en zonodig inwisselen
- Vermenigvuldigen: splitsen
- Delen, voorbeeld $45 : 3$
 - $45 : 3 = \frac{1}{3} \times 45 = 15$
 - $45 : 3 = 0,20 \times 45 = 15$

Rare jongens,
die Romeinen!



De Romeinen





Paleis het Loo Apeldoorn



50 en 500

VIA MFECEIA BREGIO AD CAPVAM ET
IN EA VIA PONTEIS OMNEIS MILIARIOS
TABELARIOSQUE POSSEIVEI HINCESUNT
NOVCERIA MMEILIA LI CAPVAM XXXIII
MVRANVM LXXIII COSENTIAM CXXIII
VALENTIAM CLXXXVI AD FRETVM AD
STATVAM CCXXXII REGIVM CCXXXVII
SVMA AF CAPVA REGIVM MEILIA CCC
ETEIDEM PRAE TORIN LXXII
SICILIA FVGITEIVOS ITALICORVM
CONQVAEISIVEI REDIDEIQVE
HOMINES BCCCCXVII EIDEMQVE
PRIMVS FECEI VT DE AGRO POPLICO
ARATORIBVS CEDERENT PASTORES
FORVM AEDISQVE POPLICAS HEIC FECEI

LXXIII

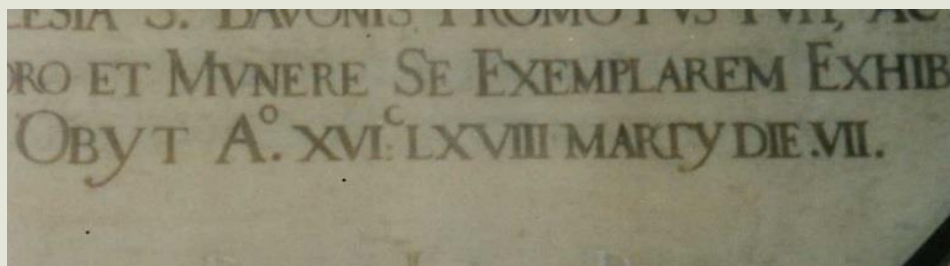
BCCCCXVII

Vrijheid-blijheid



Opgave 10

Welke getallen staan hier?



Opgave 11: optellen

a) MDCCLXVIII + CCCXXIII

b) MDII + CDXCIX

Opgave 12: vermenigvuldigen

VIII x XII

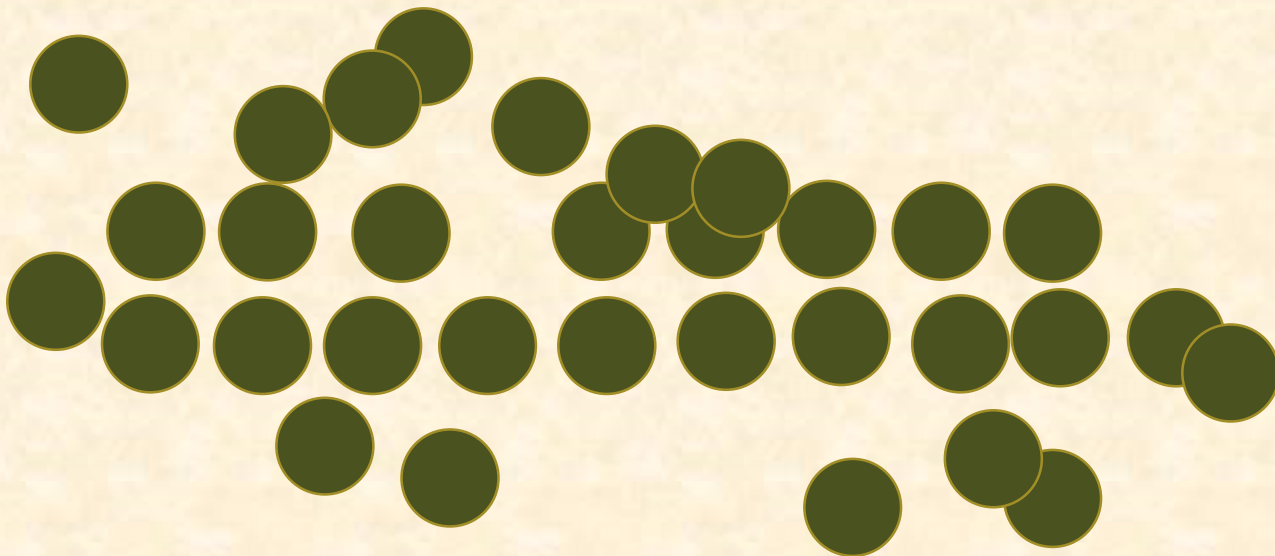
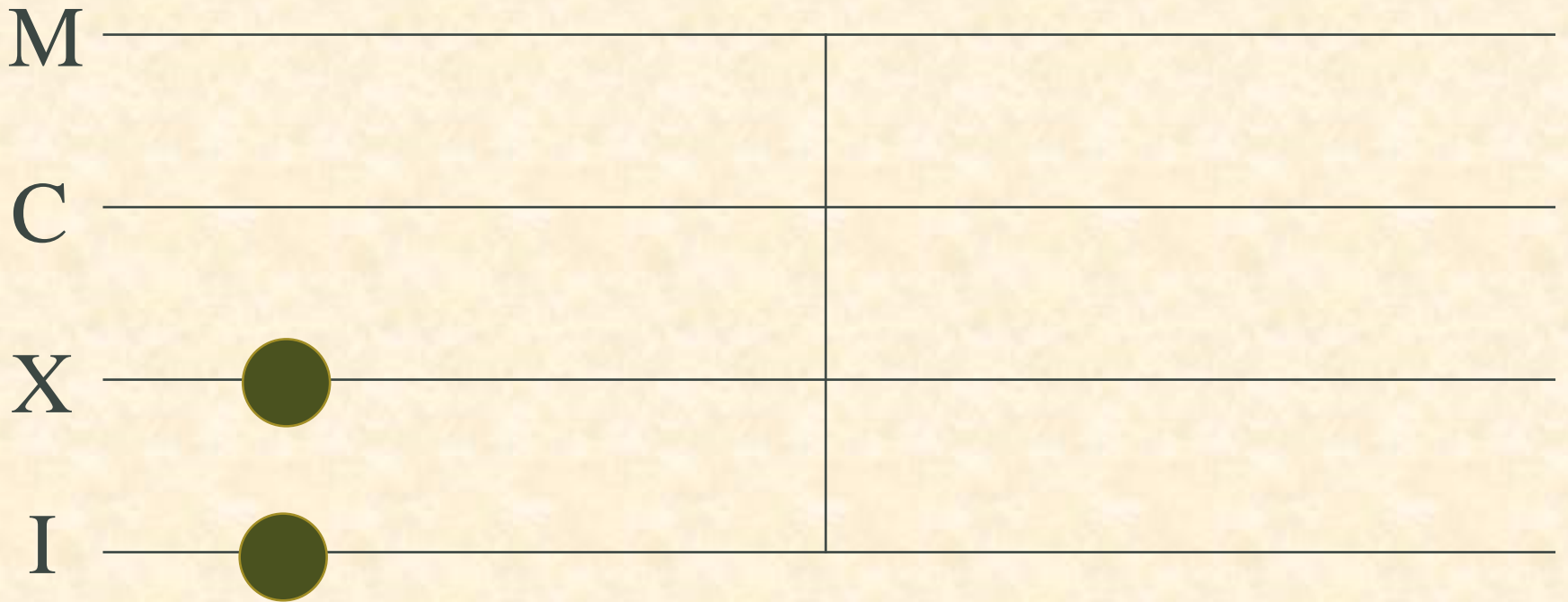
1. XII + XII = XXIIII (= XXIV)
2. XXIIII + XII = XXXIIIIII = XXXVI
3. XXXVI + XII = XXXXVIII (= XLVIII)
4. XXXXVIII + XII = XXXXXVIIII = LVV = LX
5. LX + XII = LXXII
6. LXXII + XII = LXXXIIII (= LXXIV)
7. LXXXIIII + XII = LXXXVIIIIII = XCVI

Romeinse zakabacus (replica)



Penningrekenen

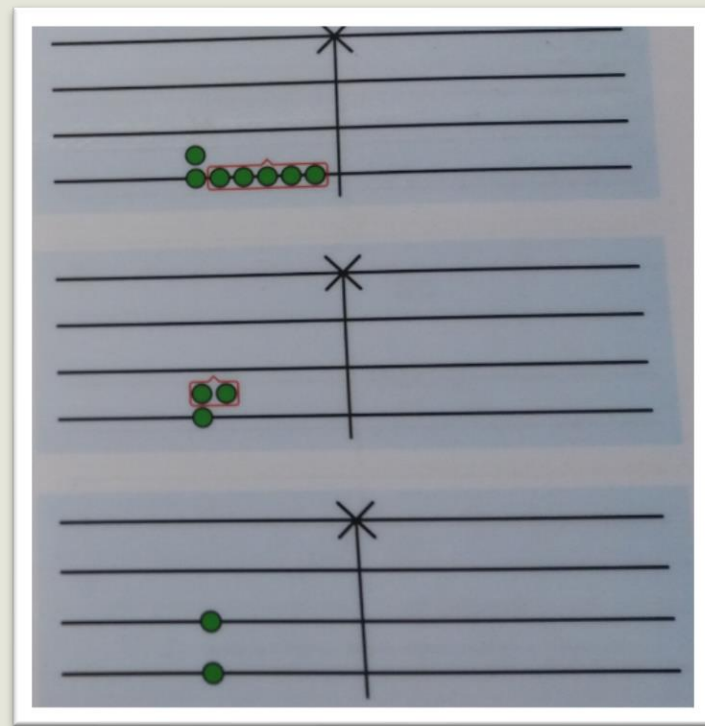
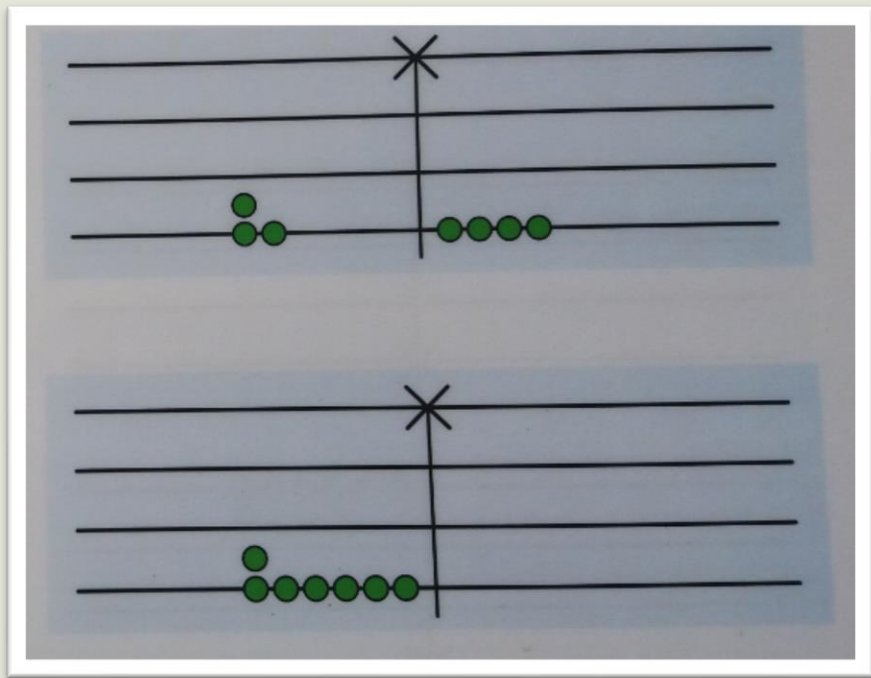




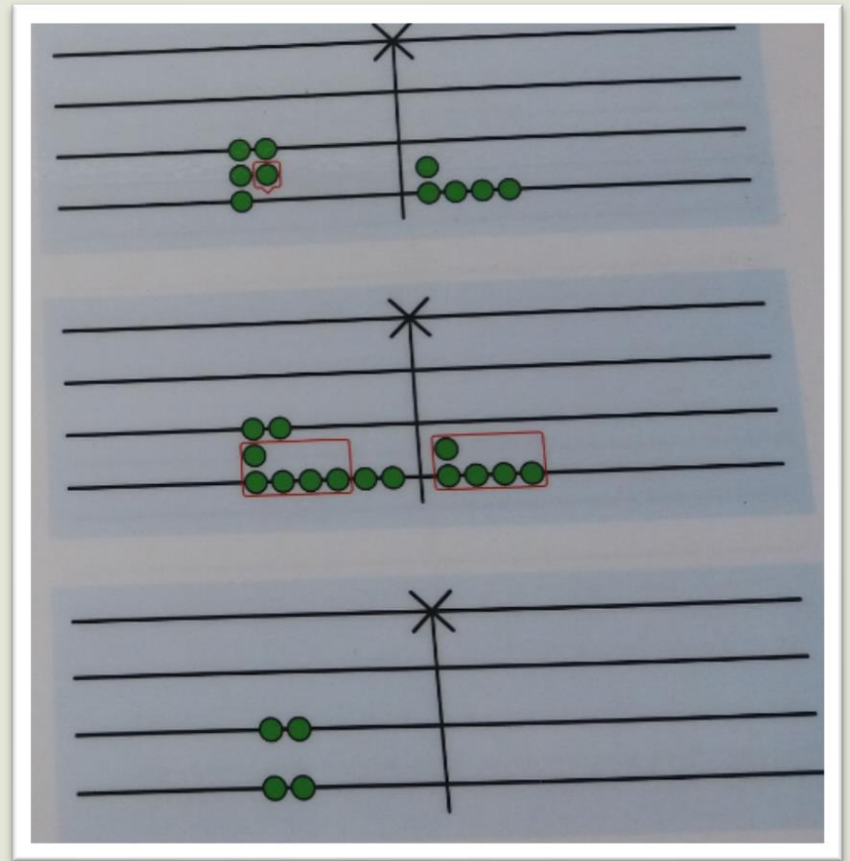
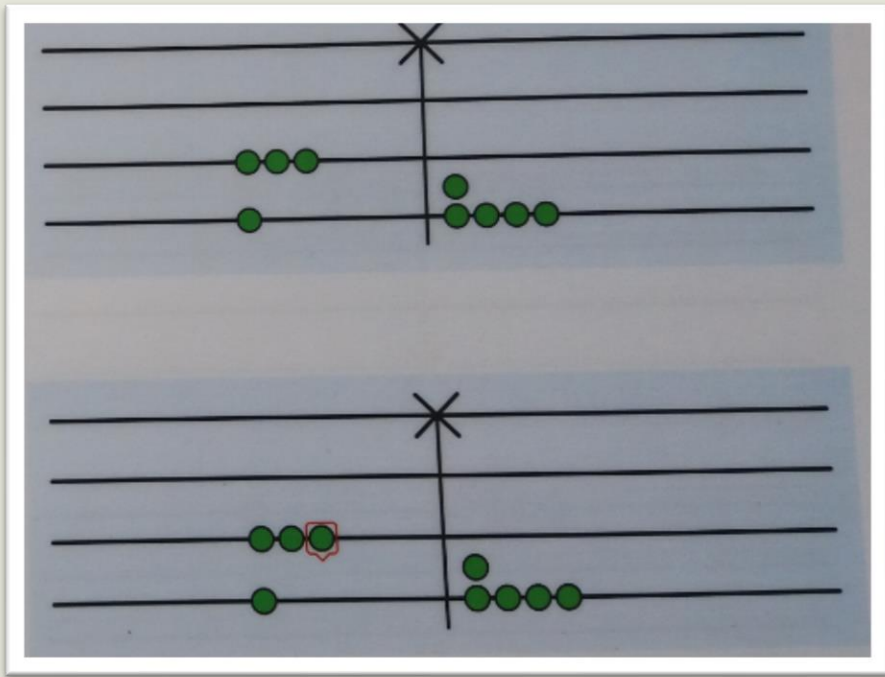
$$7 + 4$$

$$31 - 9$$

$$7 + 4$$



31 - 9



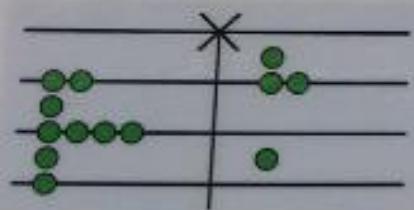
Opgave 13: reken met penningen uit

$$296 + 705 =$$

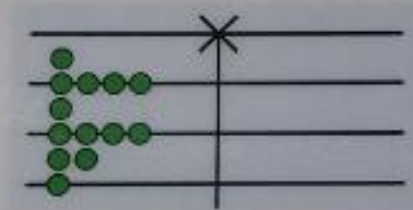
$$2005 - 1673 =$$

$$296 + 705 = 1001$$

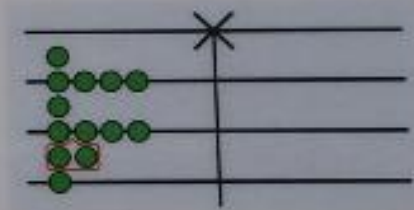
1.



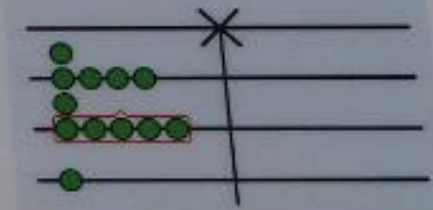
2.



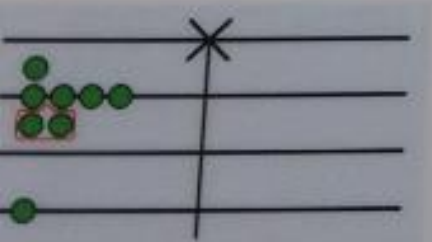
3.



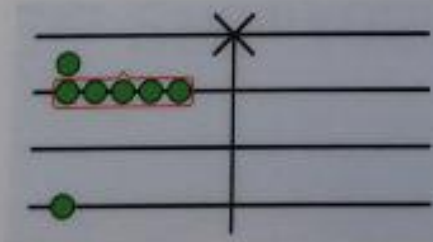
4.



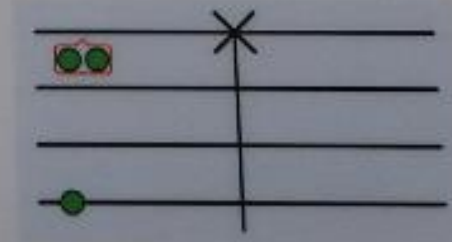
5.



6.



7.

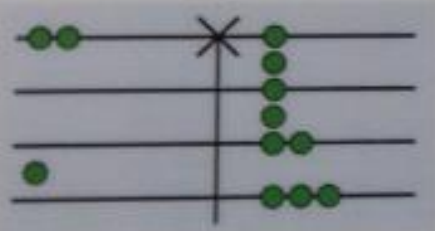


8.

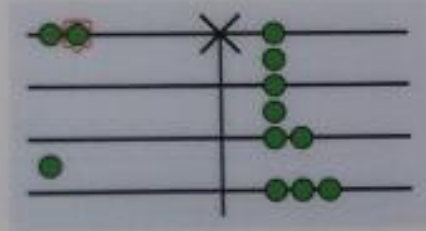


$$2005 - 1673 = 332$$

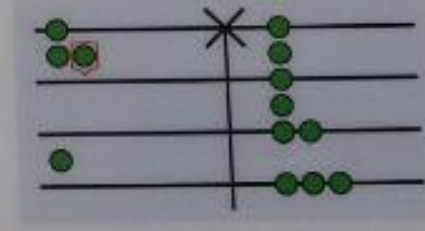
1.



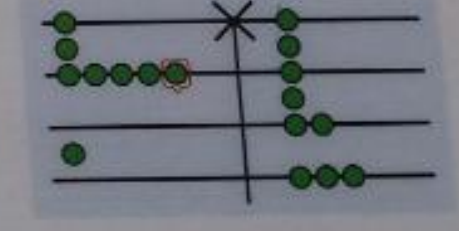
2.



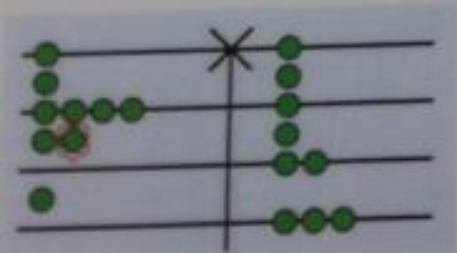
3.



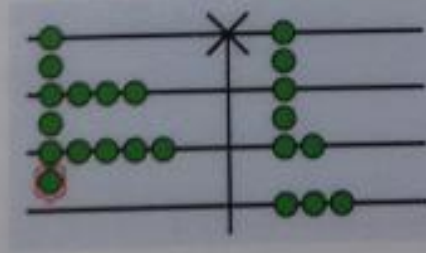
4.



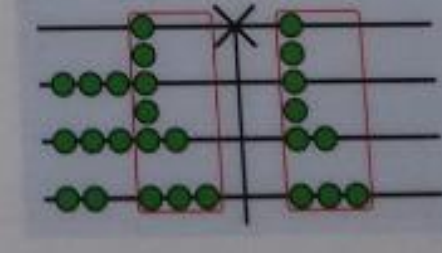
5.



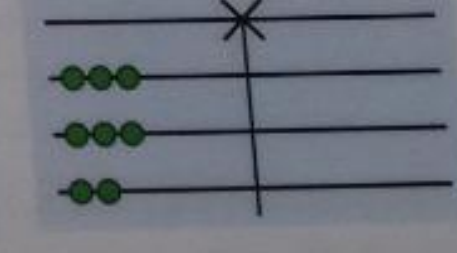
6.



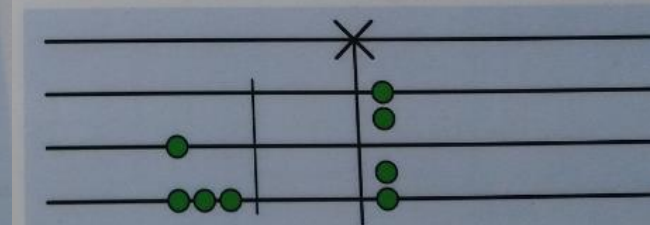
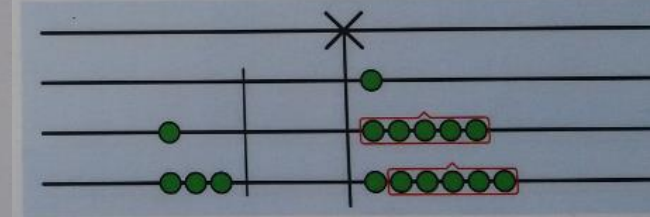
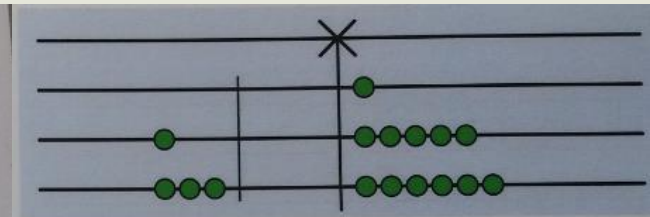
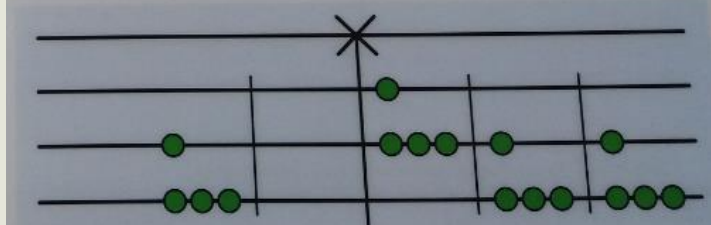
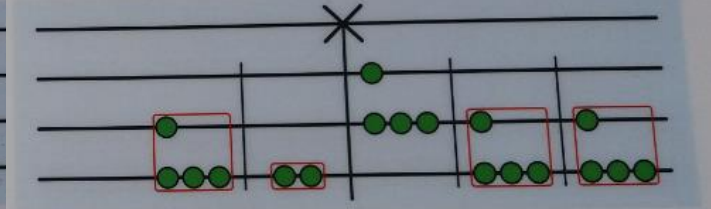
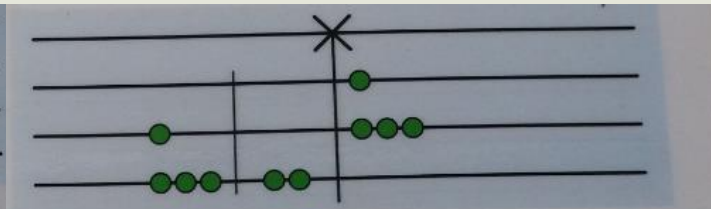
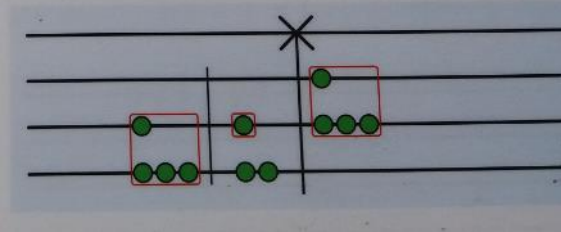
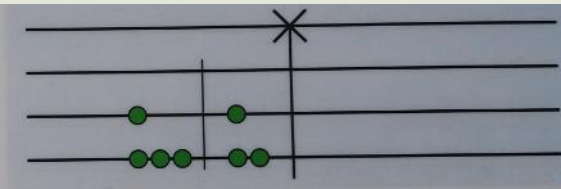
7.



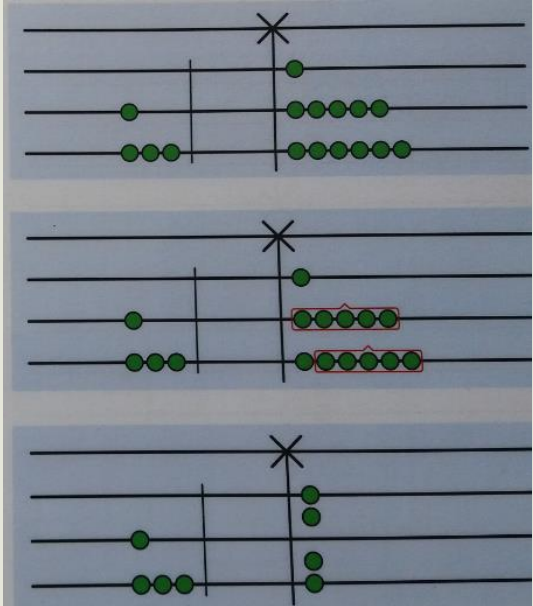
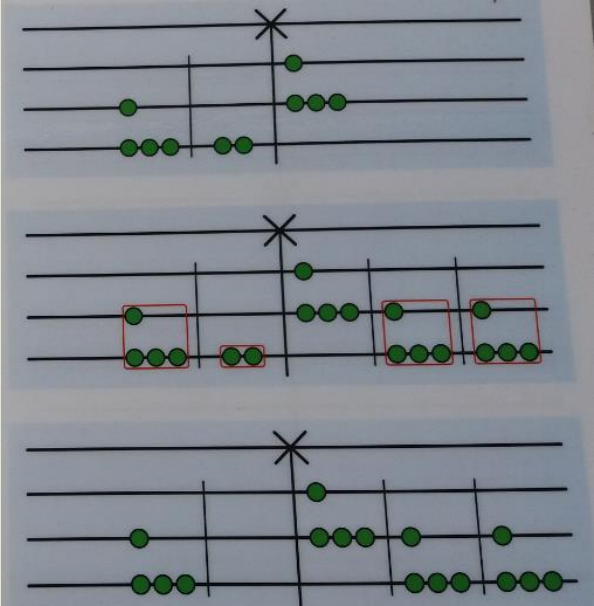
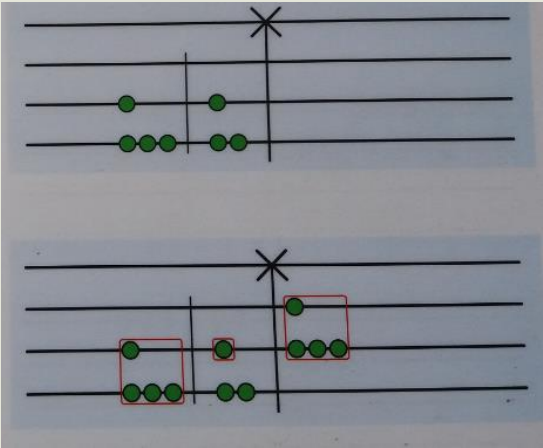
8.



$$13 \times 12 = 156$$



Nu zelf: 16 × 25



Rekenlijnen in huidig onderwijs

D	H	T	E

Met pen en penningen



Figura dela pra-
ctica numerale.

Nulla 0 ouer zero.
9 Noue
8 Otto
7 Sette
6 Sei
5 Cinqs
4 Quatro
3 Tre
2 Doi
1 Uno

Regina z fundamen-
tum oium numeroꝝ.

Hindoe- Arabische cijfers

Opgave 14: spreek (de getallen) uit

- Gironummer: NL57 INGB 3463940241
- Telefoonnummer: 003660577235
- Wereldbevolking: 679.745.083

De Indiërs



—	=	≡	ƚ	⌒	ϕ	⌒	⌒	⌒
1	2	3	4	5	6	7	8	9
∞	○	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒	⊖	⊕
10	20	30	40	50	60	70	80	90
⌒	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒	⌒
100	200	500	1000	4000	70000			

3.472.983

301



De Arabieren

Al-Khwarizmi



Gedicht, 13^{de} eeuw

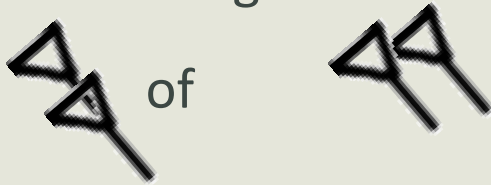


III^{VS} III^{VS} VOLVET I 2 19



Nul

- Babyloniërs: derde eeuw BC, om lege positie aan te geven



- Indiërs, zelf uitgevonden of via Chinezen
- Brahmagupta (600 AD)



Acceptatie

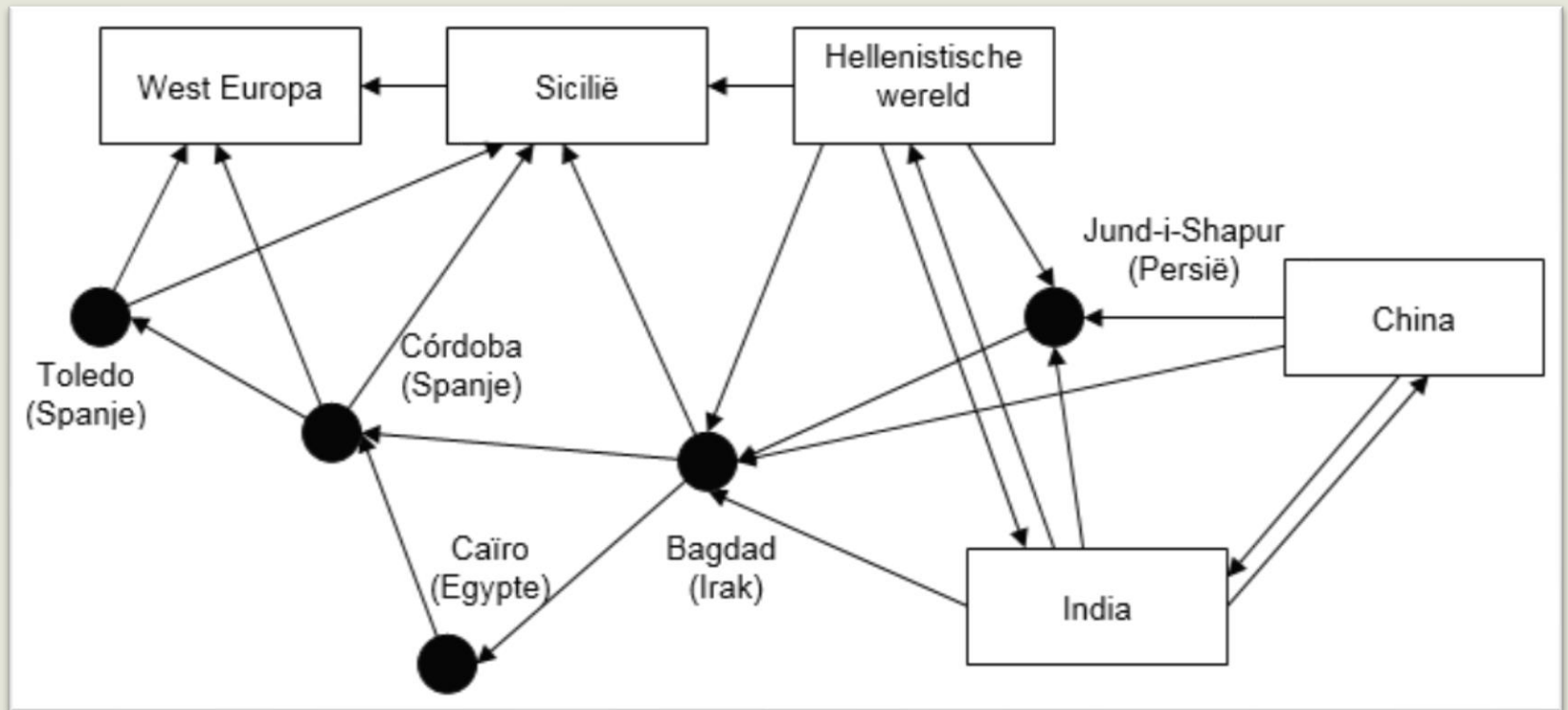
Waarom duurde acceptatie zo lang?

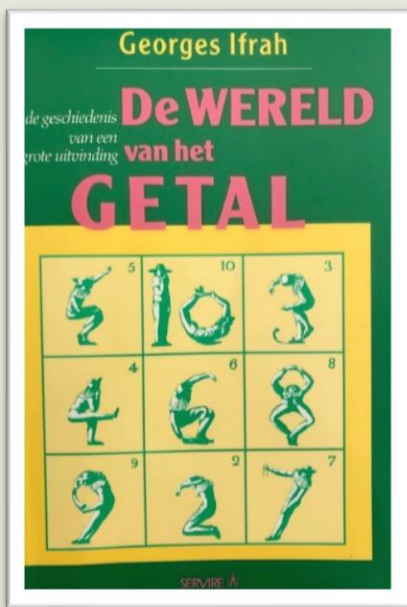
- In Middeleeuwen konden veel mensen niet lezen of schrijven.
- Penningrekenen is aanschouwelijker.
- Er is geen nul nodig. (De dubbele betekenis wordt toch lang lastig gevonden)
- Belangen van professionele rekenaars
- Ideologie

Waarom dan toch volledig vervangen?

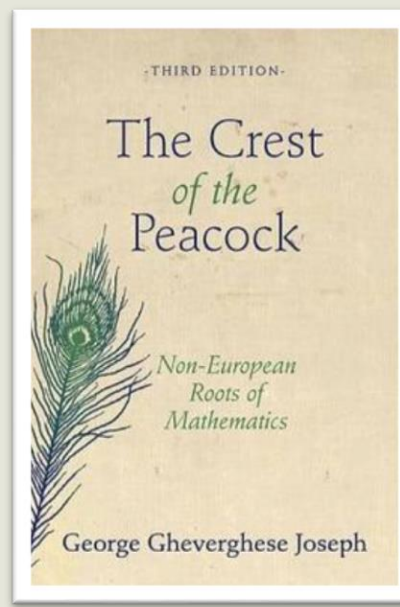
- Rekenen met breuken... toch eenvoudiger met Hindoe-Arabische cijfers.
- Aan 1 systeem genoeg. (Penningrekenen: penningen nodig voor het rekenwerk en een pen om het te noteren in Romeinse cijfers.)
- Je kunt met schriftelijk rekenen de gemaakte berekening nalopen op eventuele fouten.
- Een stoot tegen je tafel is met schriftelijk rekenen niet zo'n probleem.

Beïnvloeding

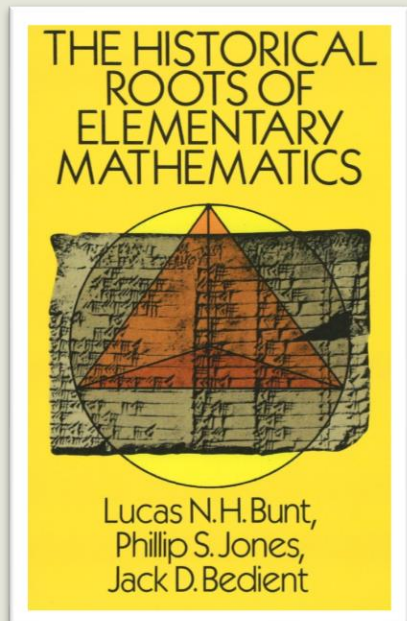




Ifrah, G. (1988). *De wereld van het getal*. Servire Uitgevers, Katwijk aan Zee.



Joseph, G. (1992). *The Crest of the Peacock: non European roots of mathematics*. Princeton University Press, Princeton and Oxford.



Bunt, N.H (1988). *The historical roots of elementary mathematics*. Dover Publications, New York.



Menninger, K. (1958). *Zahlwort und Ziffer*. Vandenhoeck & Ruprecht, Göttingen

Waarom geschiedenis?

- Kennen van de geschiedenis van een wiskundig concept of techniek leidt tot een dieper begrip ervan.
- Leidt tot een positievere attitude ten opzichte van wiskunde: wiskunde is gewoon door mensen bedacht. In een bepaalde tijd en op een bepaalde plaats
- Sluit aan op natuurlijke nieuwsgierigheid van leerlingen.
- Bron voor lesactiviteiten.