

Wiskunde in beeld

Werkcollege visualiseren en representeren

programma

- Een start op eigen niveau
- Een rekengesprekje met een kleuter en zijn stiften
- Reflectie en inbedding in een groter kader
- De ontwikkeling van een plaatje naar een wiskundig model
- Een practicum, waar sta je?
- Uitlijnen: ervaringen en onderzoekgegevens

Introductie



720 enveloppen

Dit probleem gaat over een kunstwerk in het Stedelijk Museum in Amsterdam. In het introductiefilmpje krijg je een collage van enveloppen te zien. Hierbij luidt de vraag: benoem de structuur die de kunstenaar heeft aangebracht en verklaar van hieruit waarom hij voor dit kunstwerk 720 enveloppen nodig had.

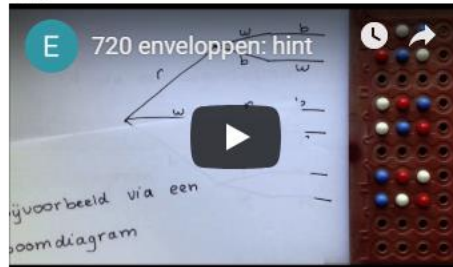
Meer informatie?

Wil je meer weten over het kunstwerk van Alighiero Boetti? Klik dan [hier](#).

Meer oefenen?

Klik [hier](#).

Hint



Antwoord



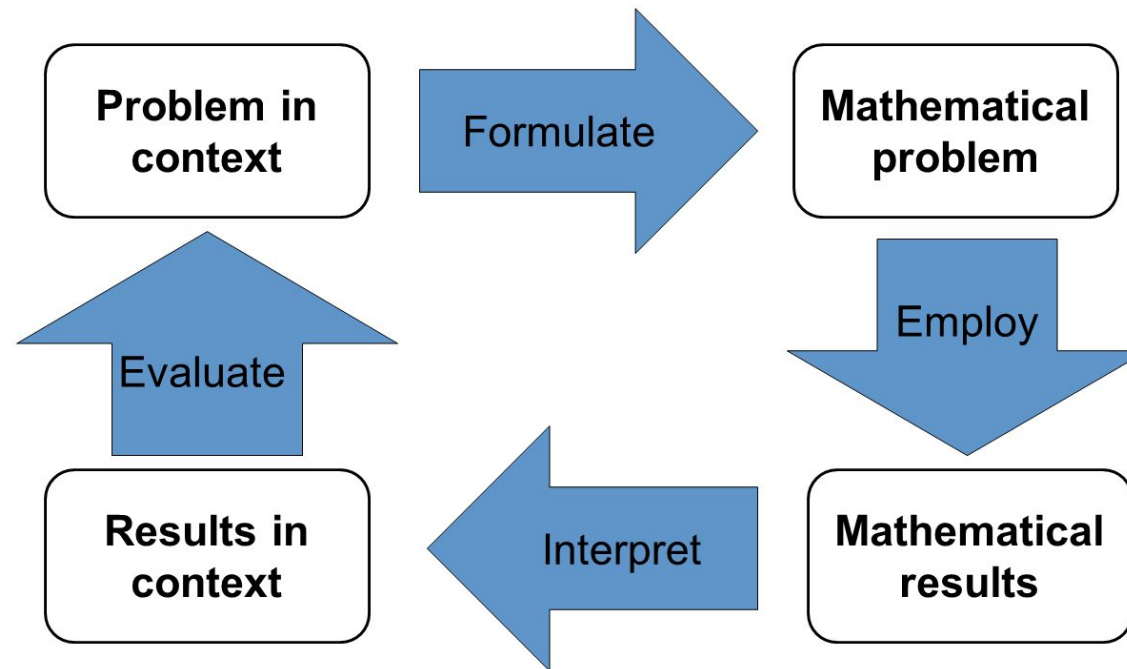
<http://eurekanet.nl/video-s/720-enveloppen-2.html>



In gesprek met een kleuter

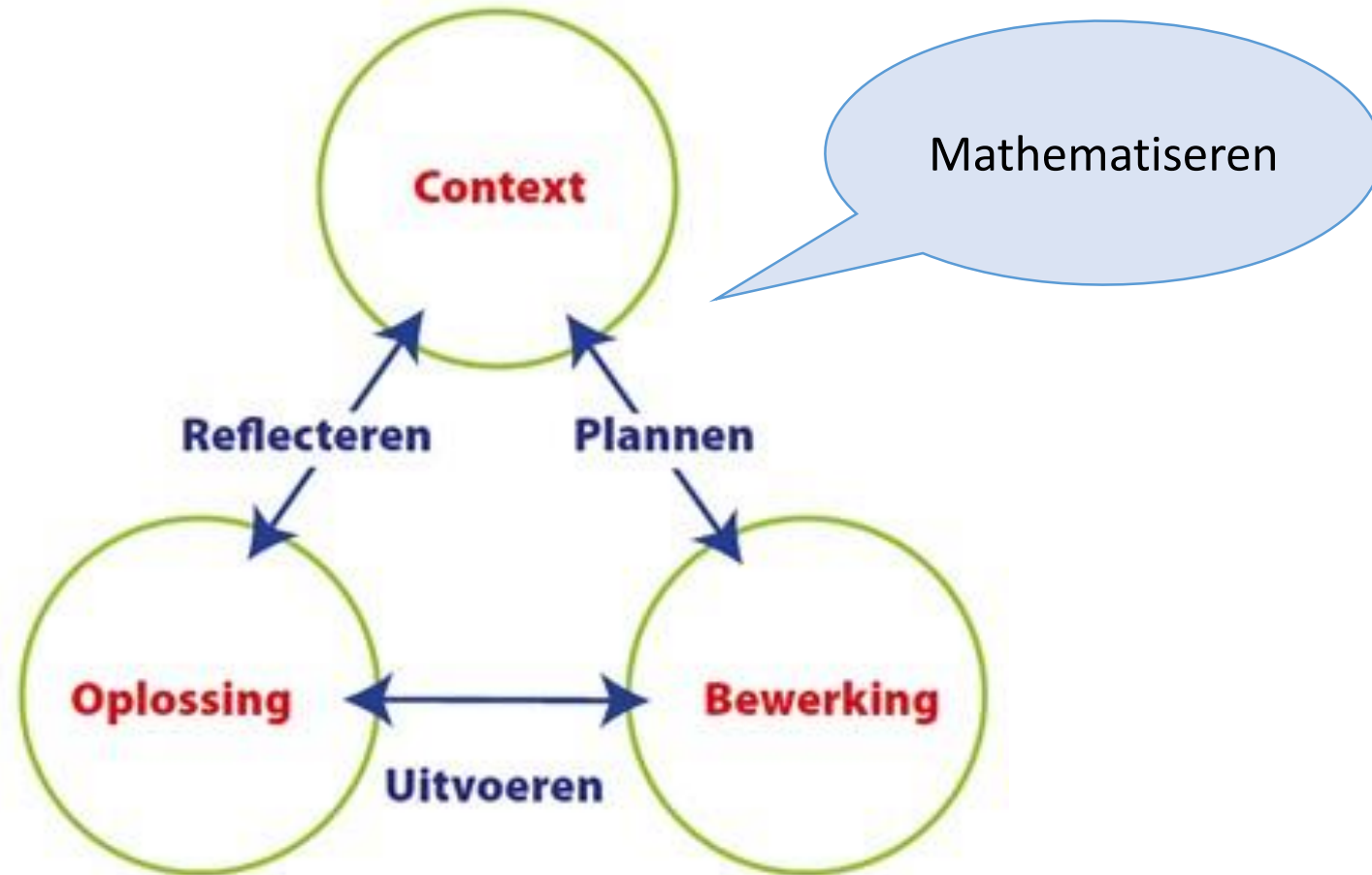
Problem solving en wiskunde onderwijs

Mathematical literacy (PISA, 2015)



“The modelling cycle is a central aspect of the PISA conception of students as active problem solvers”

Drieslag rekenen



Hans Freudenthal:

- **Horizontal mathematisation** leads from the world of life to the world of symbols. In the world of life one lives, acts (and suffers);
- **vertical mathematization**: in the world of symbols, symbols are shaped, reshaped, and manipulated, mechanically, comprehendingly, reflectingly

Een stapel blikken in de supermarkt

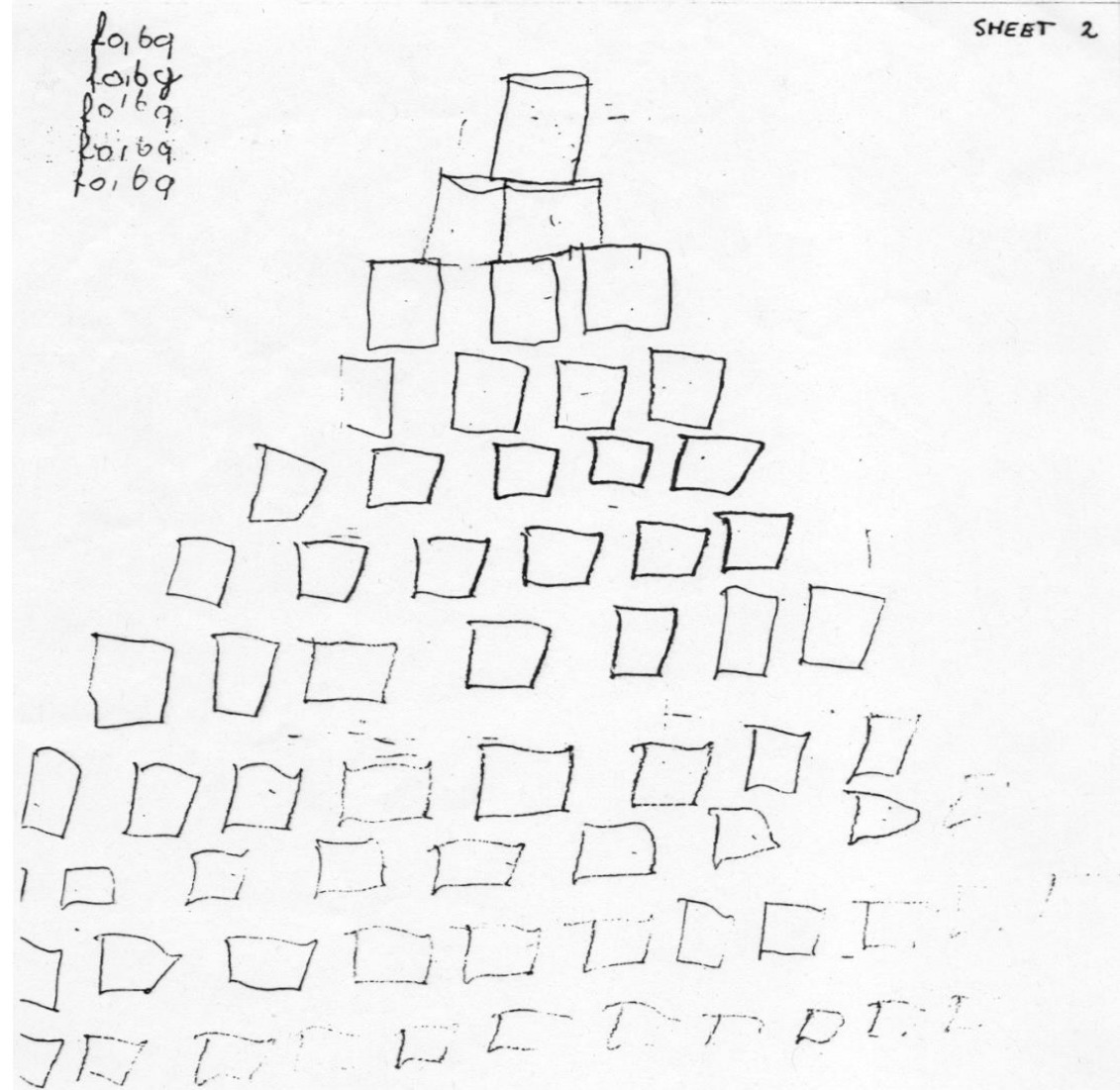


Etc.....

1. Hoeveel blikken zijn er nodig om zo'n stapel te maken met een onderste rij van 20 blikken?

Hoe gaat uzelf aan de slag?

Oplosmethode 1



Oplosmethode 2

Umber

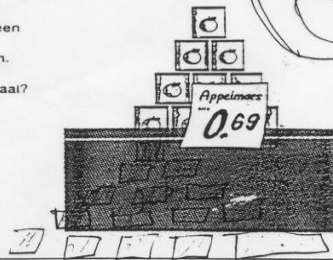
Opdracht: "Iedereen die het juiste aantal weet, krijgt 25 gulden gratis boodschappen. Het maakt niet uit hoe je het oplost, als het aantal maar klopt." Los op op jouw eigen manier.

In de winkel staat een stapel blikken. Kijk goed hoe de blikken zijn gestapeld:

Je kunt niet alle blikken zien.
Onderaan gaat de stapel nog een heel stuk verder.
De onderste rij heeft 20 blikken.

1. Hoeveel blikken zijn er in totaal?

10



The diagram shows a stack of cans. The top can is labeled 'Appelmooi 0.69'. The stack is 4 cans high. The base of the stack is a dark rectangle. Below the stack, there are several small rectangles representing cans on the floor. To the left of the stack, there are several circles representing cans on the floor.

Handwritten calculations and diagrams below the problem:

10

20

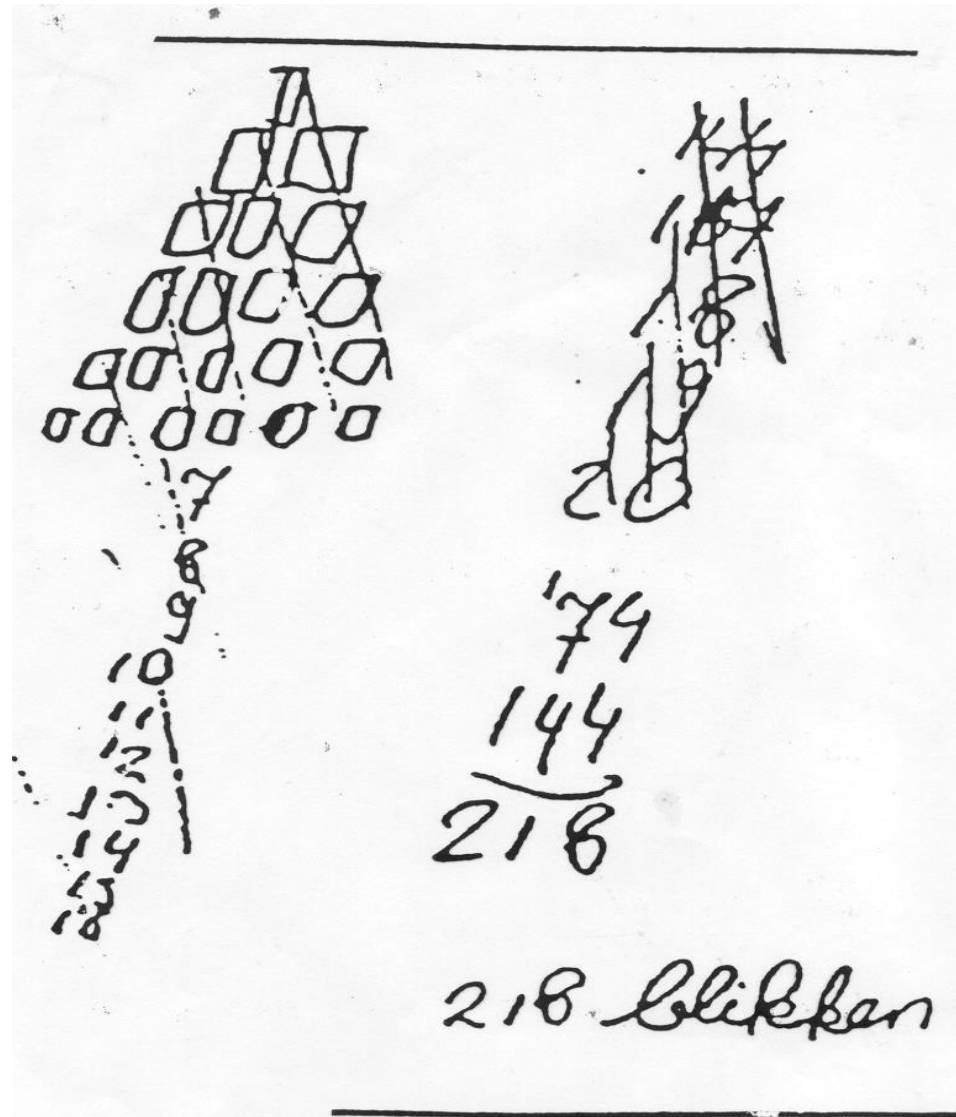
26

33

52

Handwritten circles and rectangles representing cans on the floor.

Oplosmethode 3



Oplosmethode 4

[illegible]

Oplosmethode 5

1 - 1
2 - 3
3 - 6
4 - 10
5 - 15
6 - 21
7 - 28
8 - 36
9 - 45
10 - 55

11 - 66
12 - 78
13 - 91
14 - 105
15 - 120
16 - 136
17 - 153
18 - 171
19 - 190
20 - 210

Oplosmethode 6

1	19	20
2	10	30
3	13	20
4	16	20
5	15	20
6	14	20
7	13	20
8	12	20
9	11	20
10	10	20
11	9	20
12	8	20
13	7	20
14	6	20
15	5	20
16	4	20
17	3	20
18	2	20
19	1	20
20	0	20

Wat speelt zich hier af?

- Van context naar plaatje
- Van plaatje naar 'materiele' vertaling
- Van materiele vertaling naar schematische tekening/ schema/ getallenwereld en natuurlijk ook omgekeerd
- In het onderwijs zal het gesprek en de taal erbij belangrijk zijn

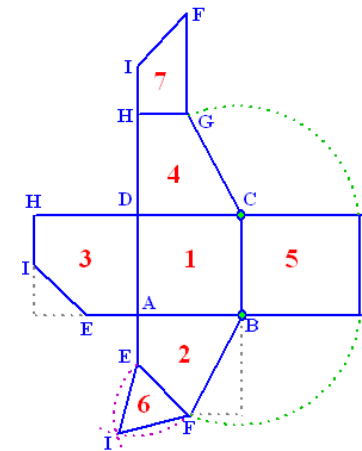
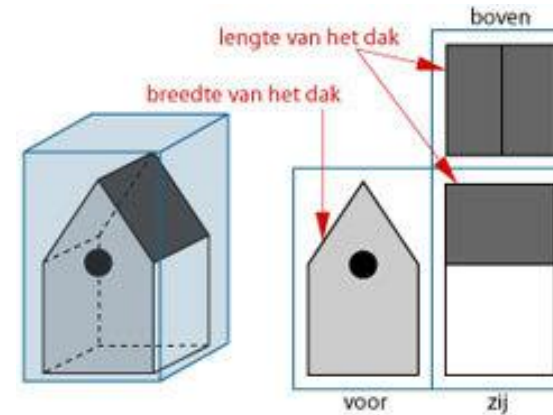
Kijken we hetzelfde naar plaatjes?

<https://www.youtube.com/watch?v=3icoSeGqQtY> (na 3.45)

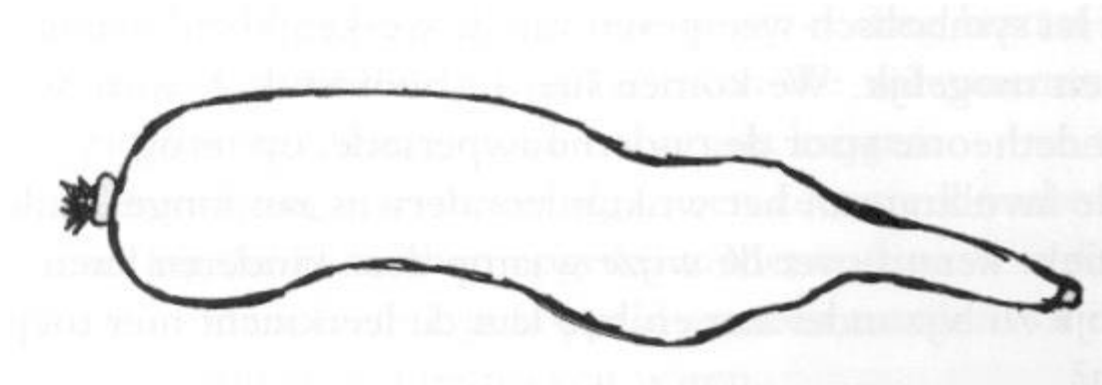
Visualiseren en representeren

Schematische weergave van een bepaald deel van de 2D- of 3D-werkelijkheid.

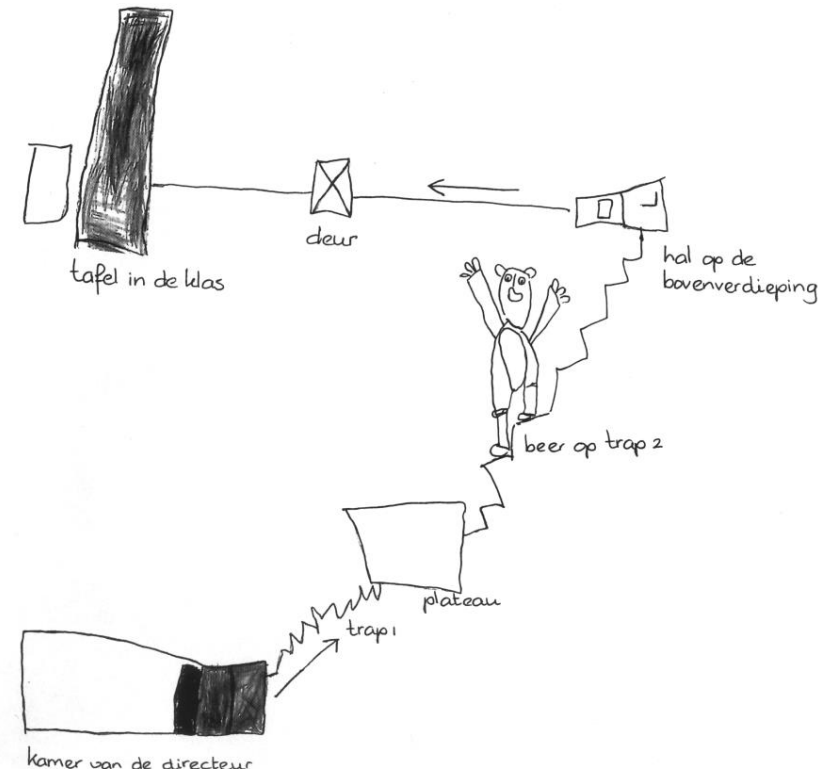
- Soorten representaties.
(aanzichten, foto's, schema's van bijv. een metronet, bouwplaten, bouwtekeningen, grafieken, uitslagen van figuren)
- Projecties.
(Parallelprojecties, perspectiefprojecties, schaduw, cartografie)
- Schaalgetrouwheid.
(Wel of niet schaalgetrouw. Herkennen en verklaren)



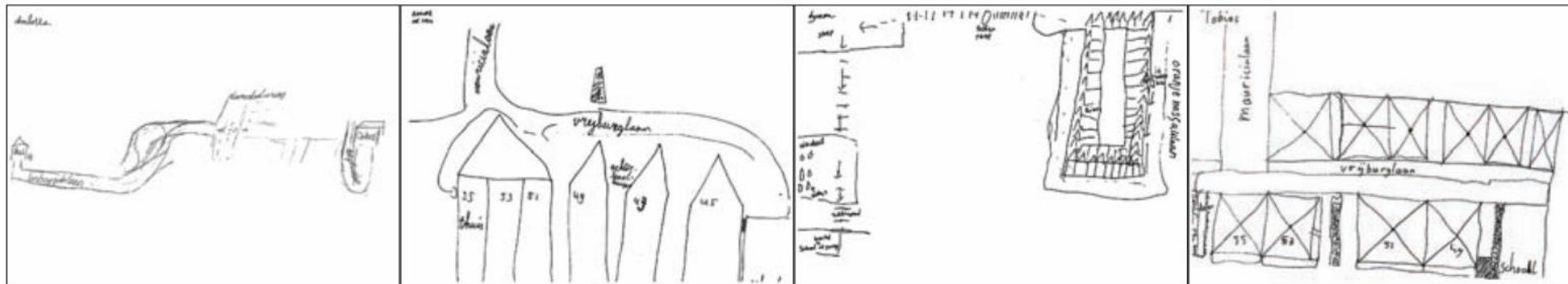
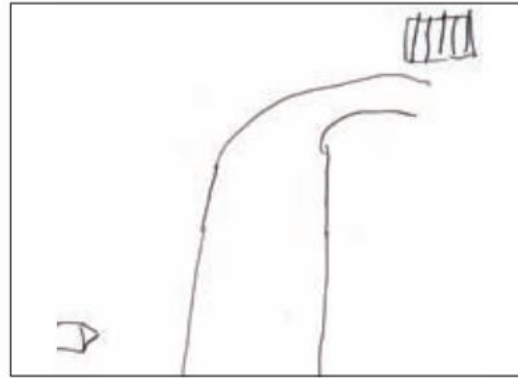
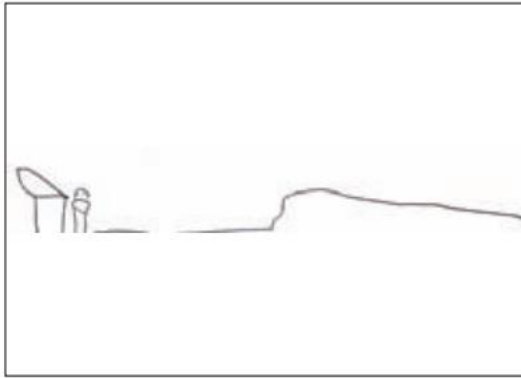
De olifant van Simone



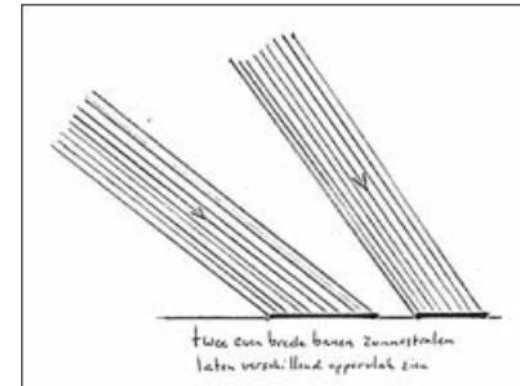
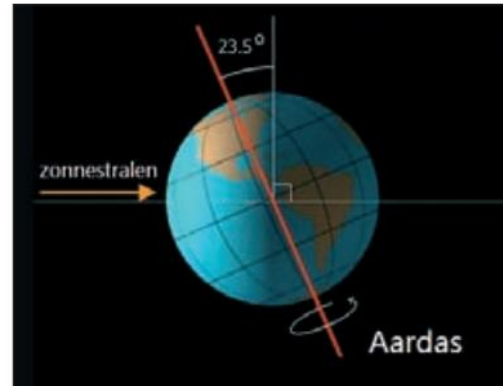
Lokaliseren: routebeschrijvingen



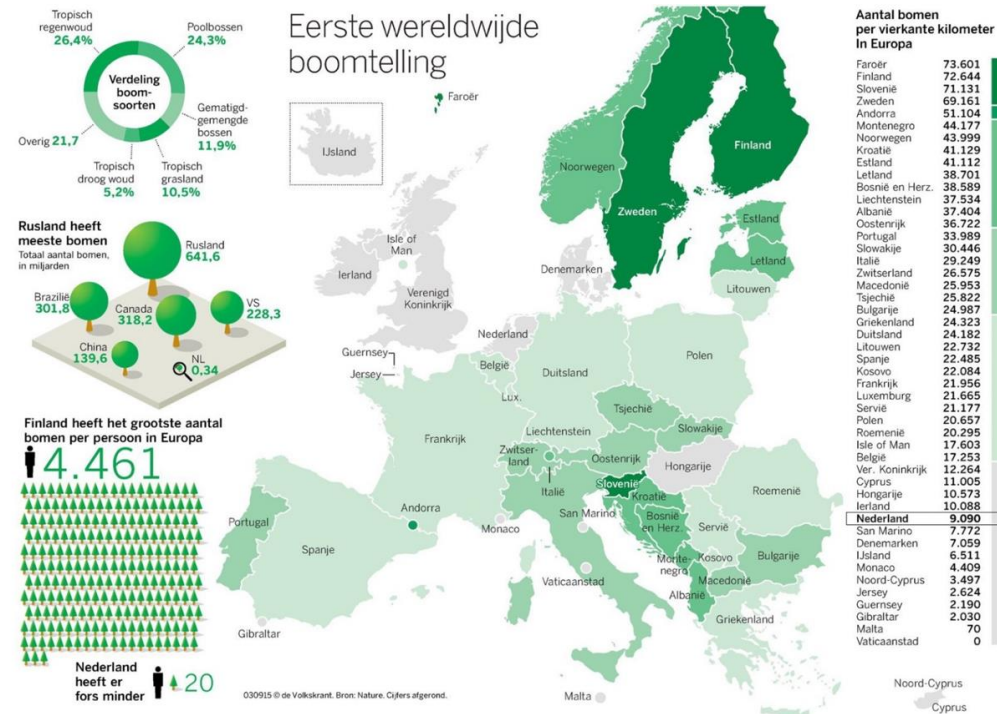
De weg van school naar huis



Schaduwen verklaren



Informatie weergeven



3.040.288.194.283
bomen op de wereld

Een MBO examen opgave

Getallen en maten

Plaatje: m, kg, geen maat

Tekst: cm, m³, kg

Gewone taal:

Zandbak, vullen, een laag,
speelzand, koopt, zakken,
weegt, betalen

Schooltaal:

Vullen met een laag ... van
tenminste

Wiskunde taal:

Tenminste,
maataanduidingen,
hoeveel, minimaal

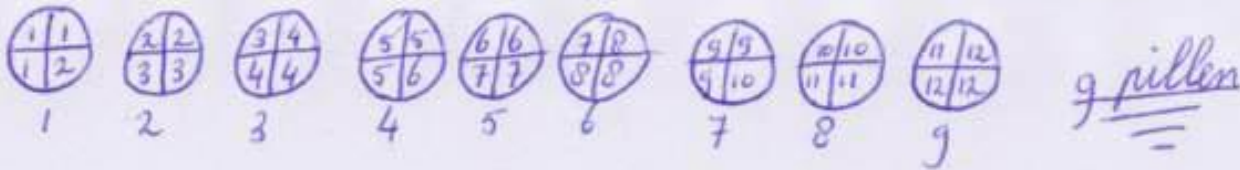


Plaatjes kennen een ontwikkeling

3. Driemaal daags $\frac{1}{4}$ tablet.
In het potje zit genoeg voor 12 dagen.
Hoeveel pillen zitten er in het potje?



Ik heb het zo uitgerekend:



3. Driemaal daags $\frac{1}{4}$ tablet.
In het potje zit genoeg voor 12 dagen.
Hoeveel pillen zitten er in het potje?



Ik heb het zo uitgerekend:

$$12 \times \frac{3}{4} = \frac{36}{4} = \underline{\underline{9}} \text{ pillen}$$

dagen	1	2	4	8	12
aantal pillen	$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}$	$\frac{12}{4} = 3$	$\frac{24}{4} = 6$	$\frac{36}{4} = 9$

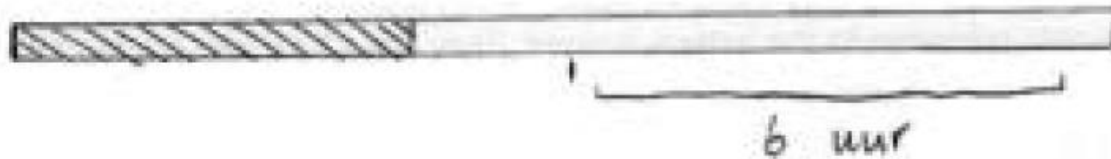
Van plaatje naar model van, naar model voor

3



Met een volle batterij kun je 12 uur doen. Hoeveel uren kun je doen met een batterij die nog maar voor 60% gevuld is? Een model van Tess.

4



9) How much do you have to pay for this bike now?



voorbeelden

- Welke voorbeelden kent u?
- Genoemd worden o.a. van pizza's naar het cirkelmodel, van reep naar de strook

Een practicum

- 3 soorten opgaven
- Een 'onderwijs'filmpje op Youtube
- Breukenprobleem visualiseren
- Verhoudingen in beeld

Uitlijnen

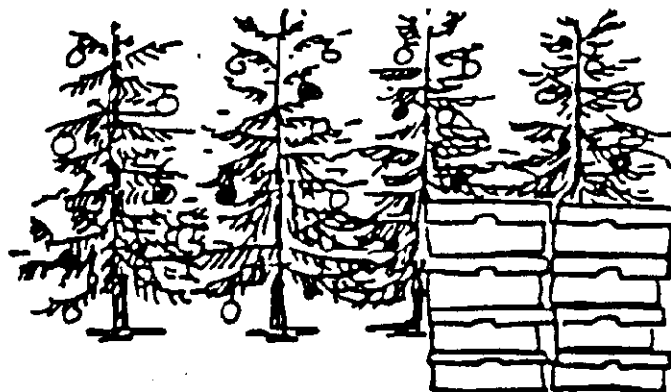
- Verkenning van het onderwerp mathematiseren levert aandacht voor visuele representaties van situaties
- Wat levert onderzoek op dit punt op? (I. van Dijk (2002); A. Boonen (2014))
- Moeten we toe naar een 'leerlijn' visualiseren en representeren?

Welke som hoort bij dit verhaaltje?

In een doos gaan 24 kerstballen.

Er moeten 336 kerstballen worden ingepakt.

Saskia (14 j.)



$$\begin{array}{r} 1344 \\ 6120 \\ \hline 8064 \end{array}$$

In doos moeten 20 by nog ingepakt worden

Onderzoek van Ivanka van Dijk (2002)

- Er is onderzocht of het zelf leren ontwerpen van modellen, inderdaad een betere strategie is dan het aanreiken van modellen.
- Uit het onderzoek bleek dat de leerlingen in de ontwerpende groep significant hoger scoorden op de toetsen die na afloop van de lessenserie werden afgenomen dan de leerlingen uit de aanreikende groep.

- Tevens werden voorbeelden gevonden van de overgang van concrete modellen naar meer abstracte modellen, wat aantoonde dat kinderen hun zelfbedachte modellen kunnen generaliseren en toepassen in nieuwe situaties. De modellen worden met elkaar vergeleken op bijvoorbeeld handigheid en bruikbaarheid.
- Het blijkt tevens zinvol te zijn om leerlingen te confronteren met modellen van medeleerlingen en met bestaande, formele modellen. Vanuit hun eigen actieve inbreng ontstaat een beter inzicht in de wijze waarop het formele model tot stand is gekomen, en bovendien leren kinderen hoe ze in nieuwe wiskundige situaties zelf modellen kunnen bedenken of zonodig aanpassen

Onderzoek van Anton Boonen

- Het gebruik van een visuele oplossingsstrategie (het maken van beelden/tekeningen/visuele representaties) kan het oplossingsproces in veel gevallen vergemakkelijken.
- Deze visuele representaties moeten echter wel een samenhangend en compleet beeld geven van de probleemsituatie die geschetst wordt in de rekenopgave.

- ruimtelijk inzicht en begrijpende leesvaardigheid zijn belangrijke vaardigheden zijn om visueel-schematische representaties te kunnen maken, en de relaties binnen dit type representatie correct te kunnen leggen en interpreteren
- ruimtelijk inzicht, begrijpende leesvaardigheid en de productie van correcte visueel-schematische representaties verklaren in totaal 49% van de prestaties op talige rekenopgaven

Conclusie

- Het is noodzakelijk dat, in de visuele representatie, alle informatie die relevant is voor het oplossen van de rekenopgave met elkaar verbonden wordt.
- Er is op basis van deze studie een instructie ontwikkeld die leerlingen leert systematisch talige rekenopgaven op te lossen en die aandacht heeft voor aspecten van zowel visueel-ruimtelijke aard (met andere woorden: kunnen zij visueel-schematisch representaties maken) als talige aard (beheersen zij voldoende vaardigheden op het gebied van begrijpend lezen).

afsluiting

- Vragen
- Dank voor uw aandacht