

# Een pleidooi voor geleid heruitvinden

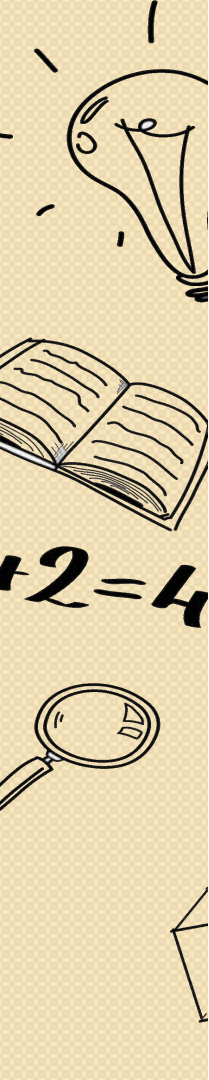
Annette Markusse

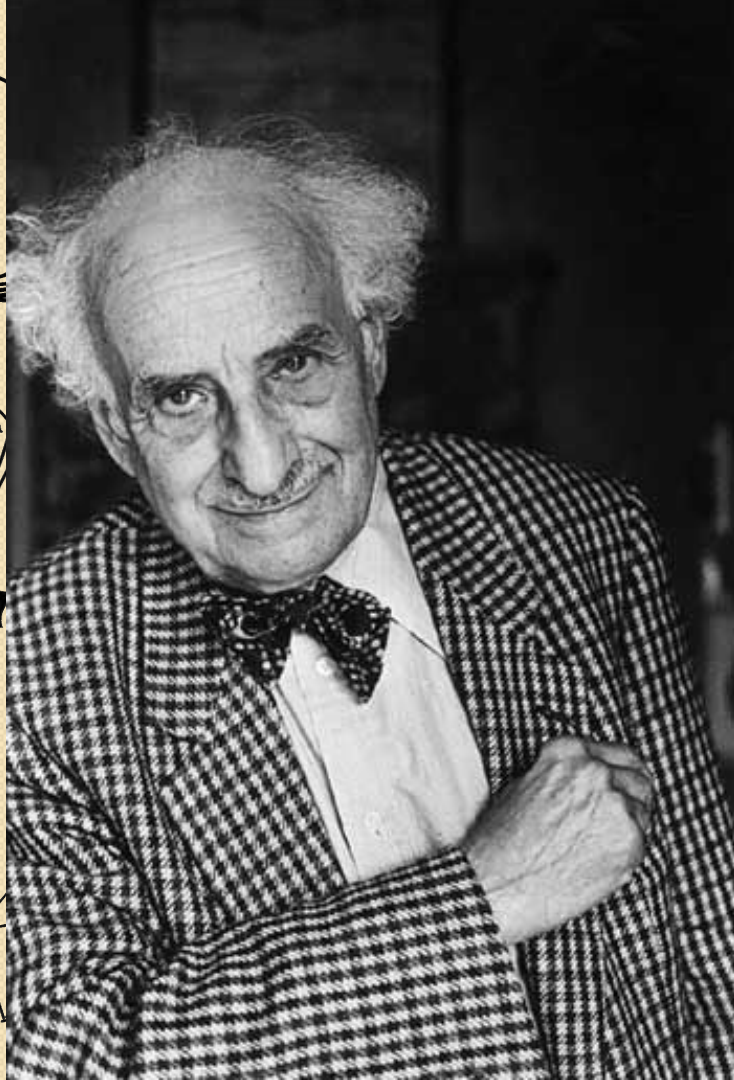
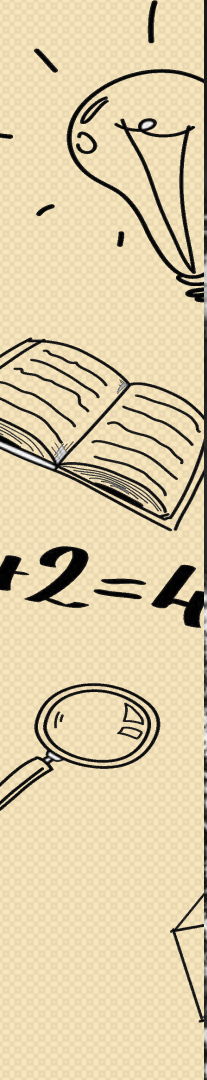
Frans van Galen

Panama, 25.1.2018

# Realistisch reken-wiskundeonderwijs

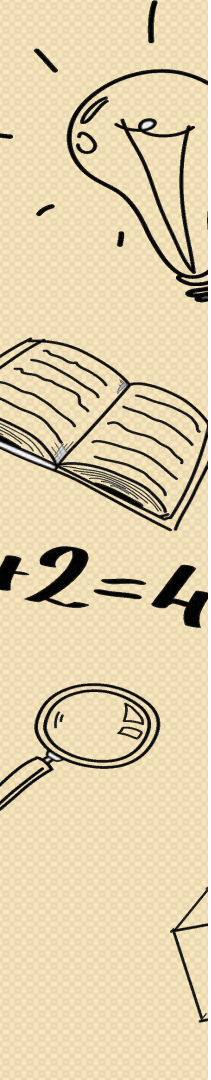
- Vanuit betekenisvolle contexten
- Modellen als brug
- Grote inbreng van leerlingen
- Interactie
- Verwevenheid leerlijnen





# Geleid heruitvinden

- Freudenthal
- 'Guided reinvention'
- China lectures, 1991



# Rekenmethoden

- Vanuit betekenisvolle contexten
  - Modellen als brug
  - Grote inbreng van leerlingen
  - Interactie
  - Verwevenheid leerlijnen
- 
- Maar is er echt sprake van heruitvinden?

# Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen

Tussendoelen Annex Leerlijnen

TAL-team



Noordhoff Uitgevers

met  
website





# Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen

Tussendoelen Annex Leerlijnen



Noordhoff Uitgevers

met  
website

# Rekenen met verhoudingen op de basisschool

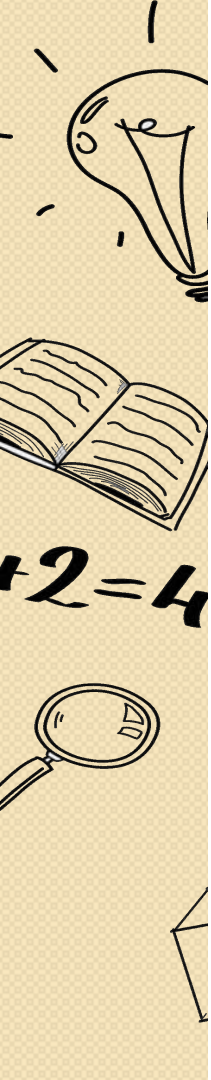
Reken-wiskundendidactiek voor de bovenbouw



Noordhoff Uitgevers

Annette Markusse & Frans van Galen

1<sup>e</sup> druk



# Deze werkgroep

- Wat bedoelen we met geleid heruitvinden?
- Kloof Pabo-onderwijs en Basisscholen?
- Hoe kijken Pabo-studenten hier tegenaan?



WIJ DOEN MEE MET DE  
GROTE REKENDAG



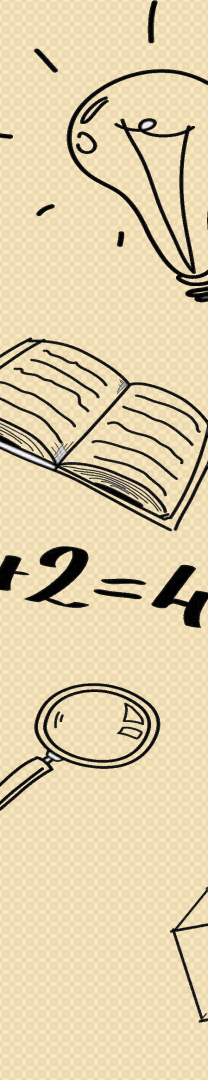
...en, bewegen en construeren

22 maart 2017

MEERBEN







# Geleid heruitvinden

- Onderzoekend rekenen
- maar met een duidelijke lijn: heruitvinden van wiskundige ideeën, procedures
- Traditie op de Pabo. Boeken Fred Goffree

# Putting Students on the Path to Learning

## The Case for Fully Guided Instruction



BY RICHARD E. CLARK,  
PAUL A. KIRSCHNER, AND JOHN SWELLER

Disputes about the impact of instructional guidance during teaching have been ongoing for more than a

Our goal of research is to show that all students can learn more effectively from content that they produce, not when they require students to discover many



### EEN PLEIDOOI VOOR VOLLEDIG BEGELEIDE INSTRUCTIE

DEZE INFORMATIE VAN HET ARTIKEL PUTTING STUDENTS ON THE PATH TO LEARNING SAMEN GESCHRIJVEN DOOR RICHARD E. CLARK, PAUL A. KIRSCHNER AND JOHN SWELLER  
AMERICAN EDUCATOR, SPRING 2012, PAGES 6-17

WIJ WETEN



Decennia onderzoek toont ondubbelzinnig aan dat direct expliciete instructie voor beginners meer effectief en efficiënt is dan minimaal begeleide methoden zoals ontdekkend leren.  
P.S. LERENDEN ZIJN, PER DEFINITIE, BEGINNERS — ANDERS ANDERS ZIJN ZE DOCENTEN

SAMEN ONTWORPEN DOOR OLIVER CAVIOLIOLI MET PAUL A. KIRSCHNER

BEGINNERS

EXPERTS



LEREN ANDERS

Beschikken niet over relevante denkchema's.

Beschikken over denkchema's voor het verwerken van stukjes informatie tot een geheel.



Proberen individuele aspecten van een vaardigheid te herkennen en uit te voeren.

Vervullen vaardigheden zonder de afzonderlijke regels te kennen herkennen.

Gebruiken al hun cognitieve capaciteit bij het inefficiënt oplossen van problemen.

Bekennen veel de materie en de vaardigheden waardoor ze makkelijk andere problemen kunnen oplossen (= transfer).

Leren wordt gehinderd omdat het werkgeheugen overbelast wordt door te achterhalen hoe ze moeten werken, zoeken naar oplossingen.

Gebruiken het werkgeheugen optimaal omdat ze vooruit kunnen werken op basis van denkchema's.



Wat onderwijspsycholoog Paul A. Kirschner identificeerde als...



DE CONSTRUCTIVISTISCHE DOCEERFOUT

Je verwacht een theorie over hoe experts leren (EPISTEMOLOGIE) met een aanpak om iets aan beginners te leren (DIDACTIEK)

Minimaal begeleide instructie veroorzaakt bij beginners



COGNITIVE OVERLOAD

door niet-productieve mentale inspanning

With minimal guidance instruction, novices experience



Als ook...

Minimaal begeleide instructie heeft een groter negatief effect op zwakke leerlingen dan op sterke studenten.  
DE PRESTATIEKLOOF WORDT GROTER  
Zeer verontrustend is dat veel van deze lerenden slechter presteren na de les dan daarvoor. Het lijkt alsof al een negatief effect heeft op wat al geleerd was!

MINIMALE BEGELEIDING

VERBODEN

Steeds opnieuw wordt minimale begeleiding 'herontdekt' als:

- ontdekkend leren
- probleemgebaseerd leren
- ervaringsgericht leren

En iedere keer moeten beperkingen weer op omdat het reeds aanwezige bewijs dat het niet werkt genegeerd wordt!



Volledig begeleide instructie heeft geen saai of traditioneel onderwijs te zijn. Het is doelmatig, doeltreffend, en plezierig door...



@olivercaviolioli | teachinghow2s.com  
For free cognitive science HOW2s and posters

@P.A. Kirschner | Universiteitshoogleraar  
Onderwijspsychologie, Open Universiteit

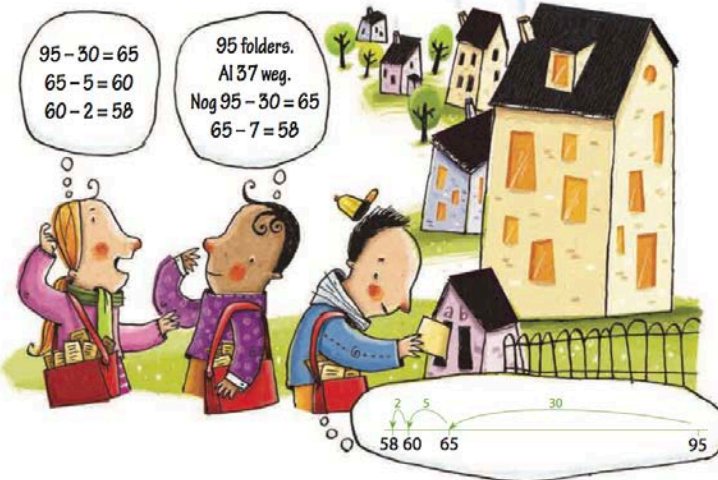
De eerste opgave van elke les is een startopgave voor oefenen en automatiseren.

De tweede opgave gebruikt u bij de instructie.

Met de derde opgave oefenen de kinderen wat ze in de instructie hebben geleerd.

**1 Reken uit.**

|            |            |            |            |
|------------|------------|------------|------------|
| $15 - 6 =$ | $13 - 7 =$ | $16 - 9 =$ | $14 - 9 =$ |
| $9 + 6 =$  | $7 + 6 =$  | $7 + 9 =$  | $9 + 5 =$  |
| $17 - 8 =$ | $15 - 8 =$ | $13 - 5 =$ | $17 - 9 =$ |
| $9 + 8 =$  | $8 + 7 =$  | $5 + 8 =$  | $8 + 9 =$  |


**2 Hoeveel folders nog?**

**3 Maak de erasommen.**

|             |             |             |
|-------------|-------------|-------------|
| $80 - 43 =$ | $73 - 45 =$ | $81 - 37 =$ |
| $57 - 20 =$ | $60 - 21 =$ | $62 - 29 =$ |
| $48 - 28 =$ | $92 - 53 =$ | $43 - 18 =$ |
| $63 - 15 =$ | $66 - 50 =$ | $54 - 37 =$ |
| $74 - 26 =$ | $55 - 26 =$ | $76 - 29 =$ |

**1 Maak de keersommen.**

|                |                 |                 |                 |
|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| $5 \times 4 =$ | $10 \times 5 =$ | $3 \times 3 =$  | $10 \times 6 =$ |
| $6 \times 4 =$ | $9 \times 5 =$  | $4 \times 3 =$  | $9 \times 6 =$  |
| $4 \times 4 =$ | $8 \times 5 =$  | $8 \times 3 =$  | $8 \times 6 =$  |
| $3 \times 4 =$ | $4 \times 5 =$  | $10 \times 3 =$ | $5 \times 6 =$  |
| $4 \times 3 =$ | $5 \times 4 =$  | $9 \times 3 =$  | $4 \times 6 =$  |


**2 Hoeveel moet je betalen?**

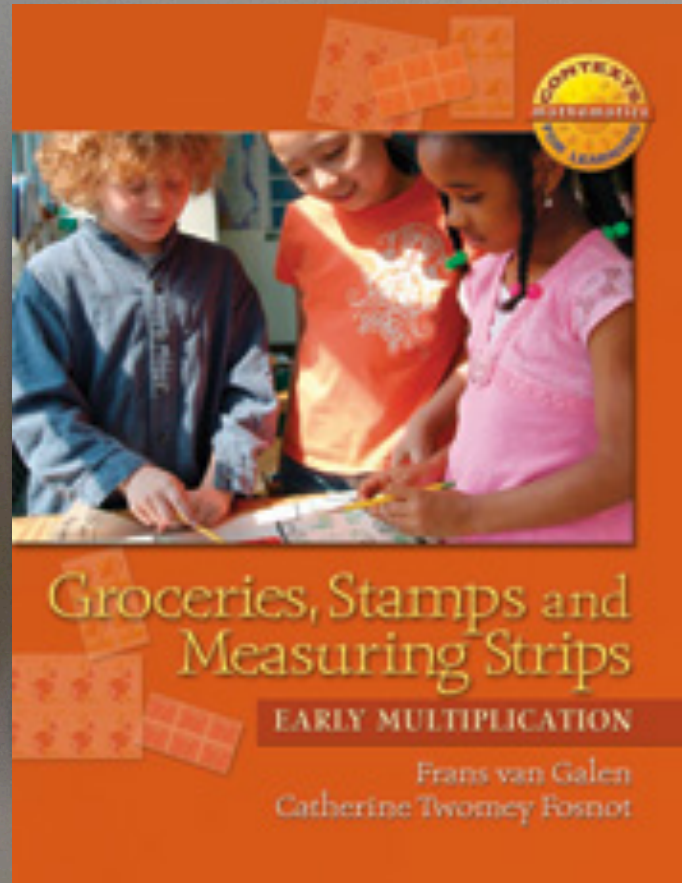
**3 Hoeveel betaal je?**

| a | prijs | korting | b | prijs | korting |
|---|-------|---------|---|-------|---------|
|   | € 90  | € 15    |   | € 85  | € 29    |
|   | € 69  | € 19    |   | € 35  | € 16    |
|   | € 45  | € 17    |   | € 79  | € 18    |
|   | € 75  | € 38    |   | € 60  | € 13    |
|   | € 99  | € 30    |   | € 73  | € 15    |





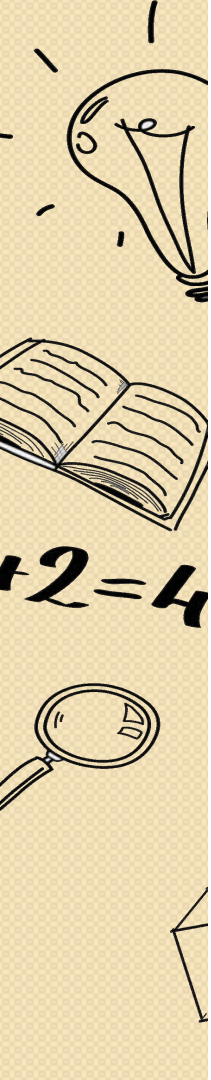
‘Mathematics in Context’  
Freudenthal Instituut & Wisconsin



‘Contexts for learning Mathematics’  
Cathy Fosnot, Maarten Dolk, e.a.

# Een zonnebloemgrafiek maken

- Voorbeeld van een activiteit waarmee je kinderen kunt brengen tot heruitvinden

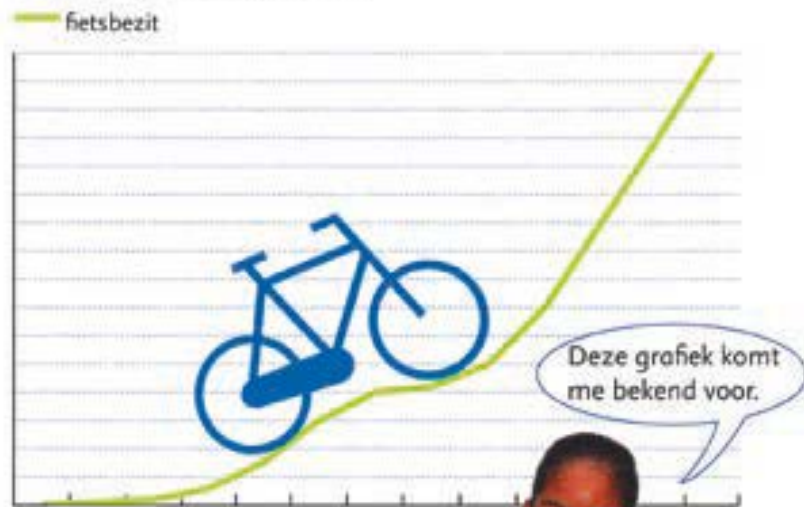
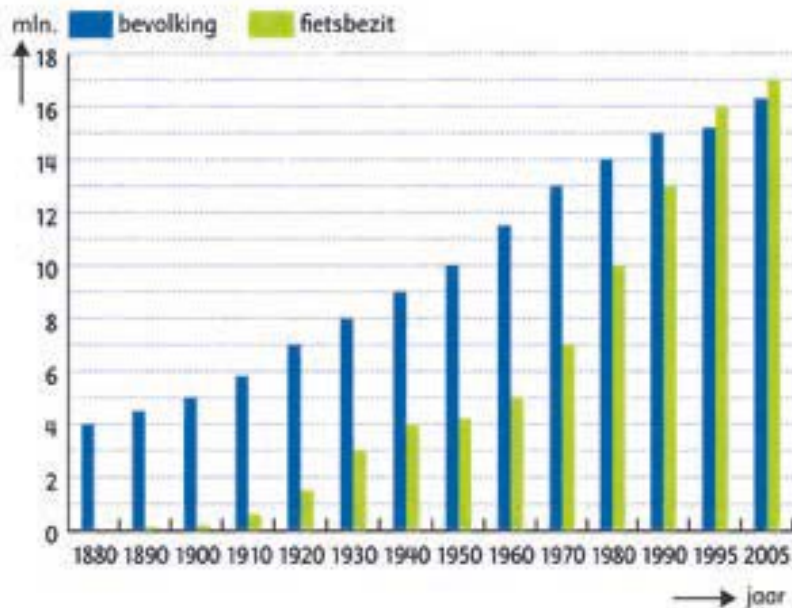




Hoeveel mensen en fietsen waren er in 2005 in Nederland?



Herken je deze grafiek?



## Weet je nog?



Prijs vorig jaar: € 200.  
Stijging dit jaar: € 200.

Dat is 100% stijging.

Reken uit hoeveel procent de prijs dit jaar stijgt of daalt.

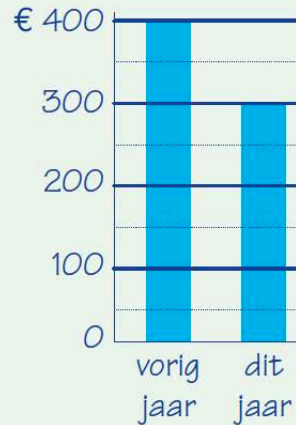
**a**



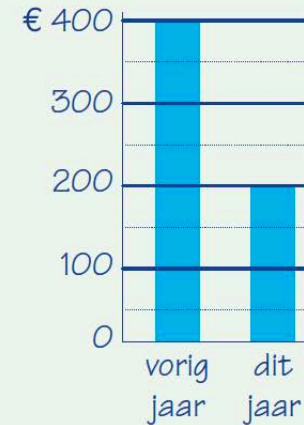
**b**



**c**



**d**





| na ... weken | lengte in cm |
|--------------|--------------|
| 4            | 17           |
| 5            | 36           |
| 9            | 169          |
| 14           | 253          |
| 15           | 254          |

Schets een aantal grafieken  
die je verwacht in groep 7

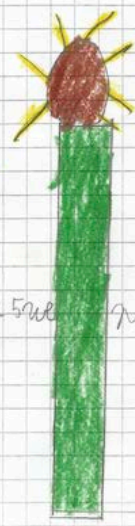


|    |    |                     |     |     |     |
|----|----|---------------------|-----|-----|-----|
| W  | 4  | 5                   | 9   | 14  | 19  |
| cm | 14 | <del>18</del><br>36 | 189 | 253 | 254 |

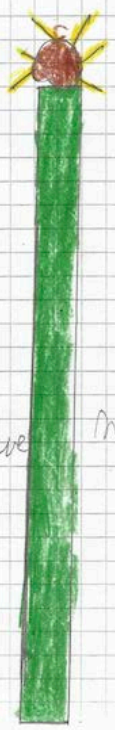
~~na 4we~~



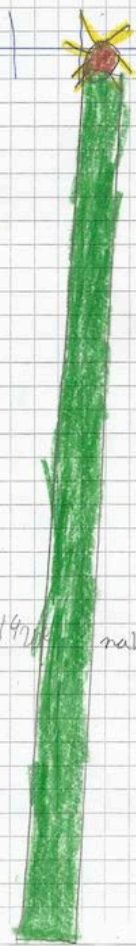
na 4we



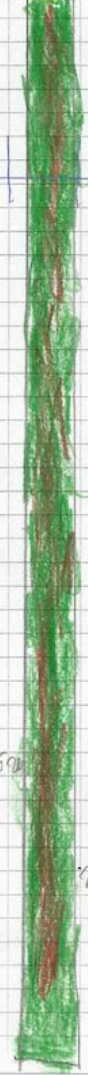
na 5we



na 9we



na 14we

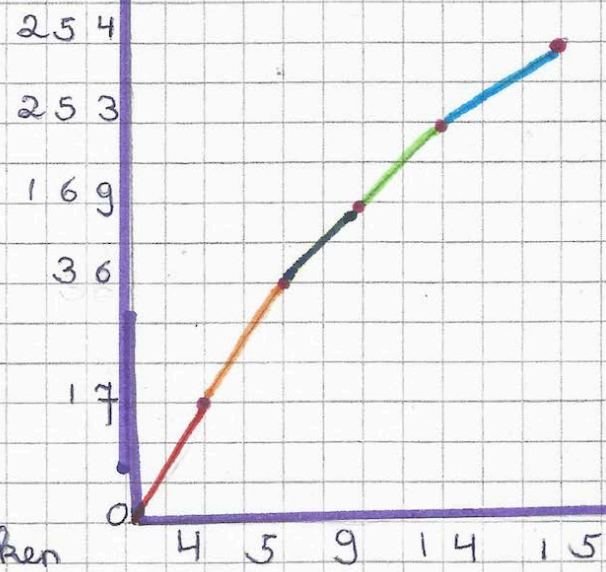


na 19we



na 30we

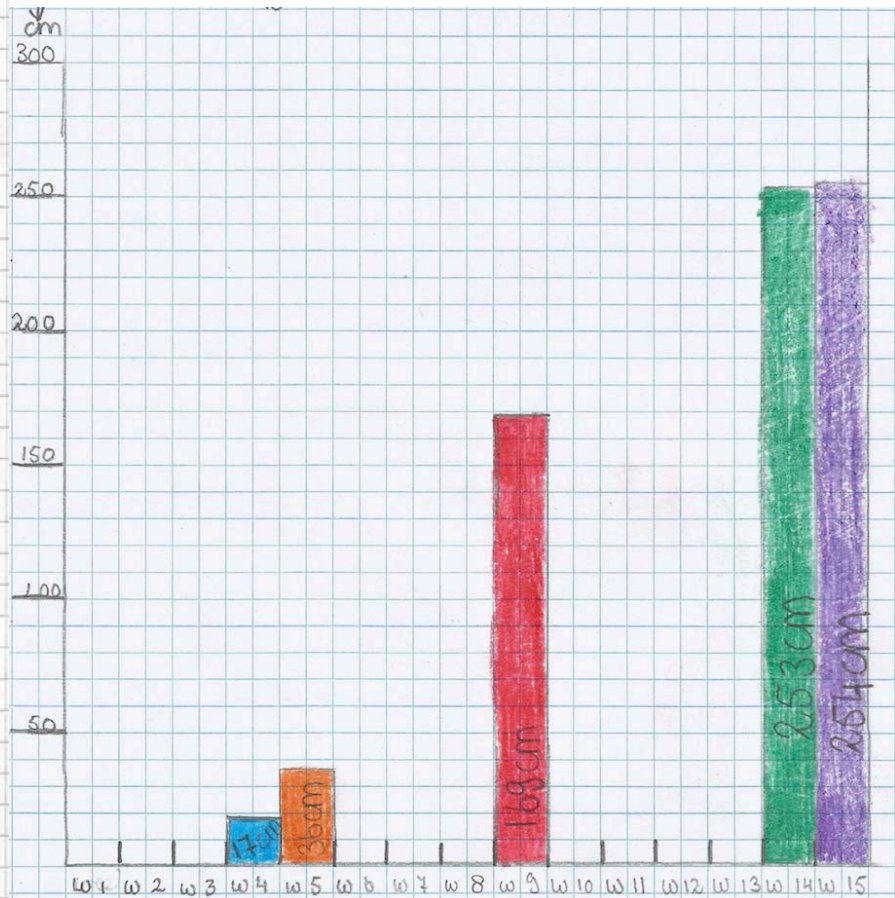
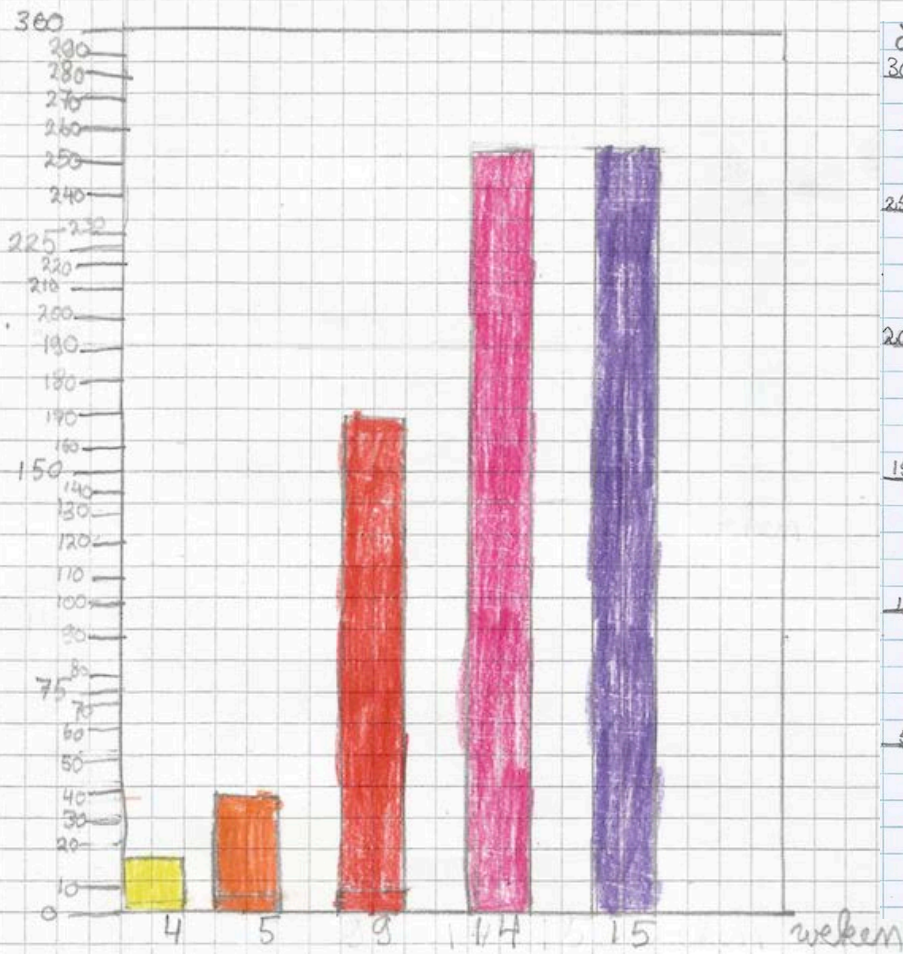
Centimeters

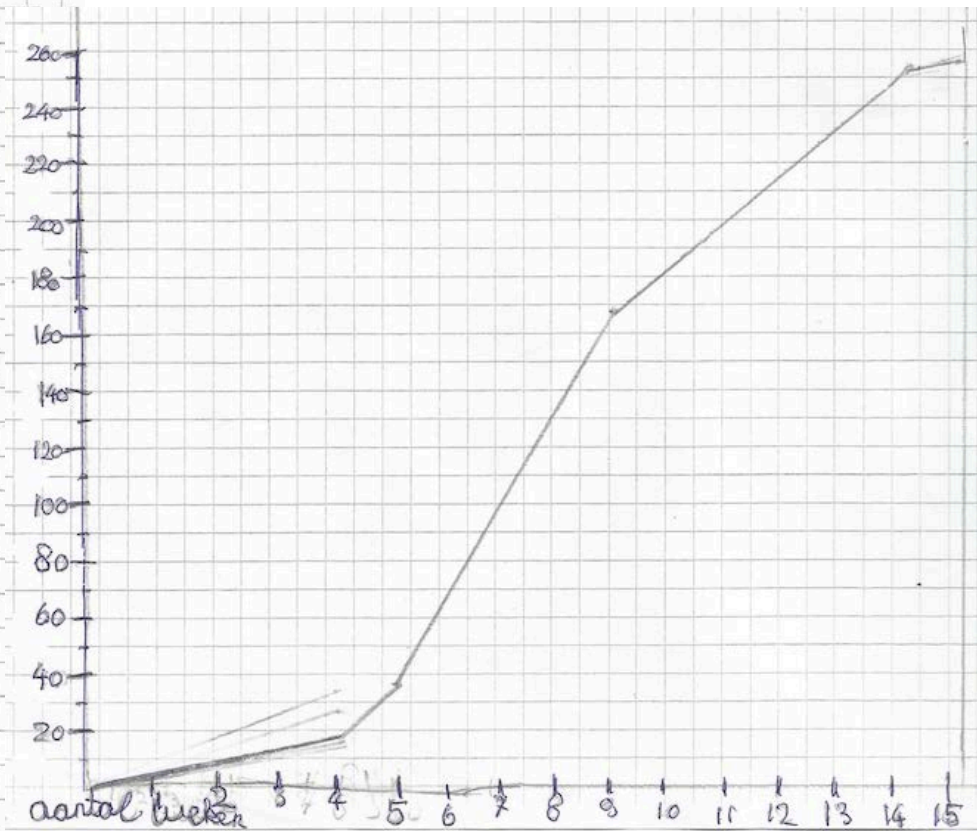
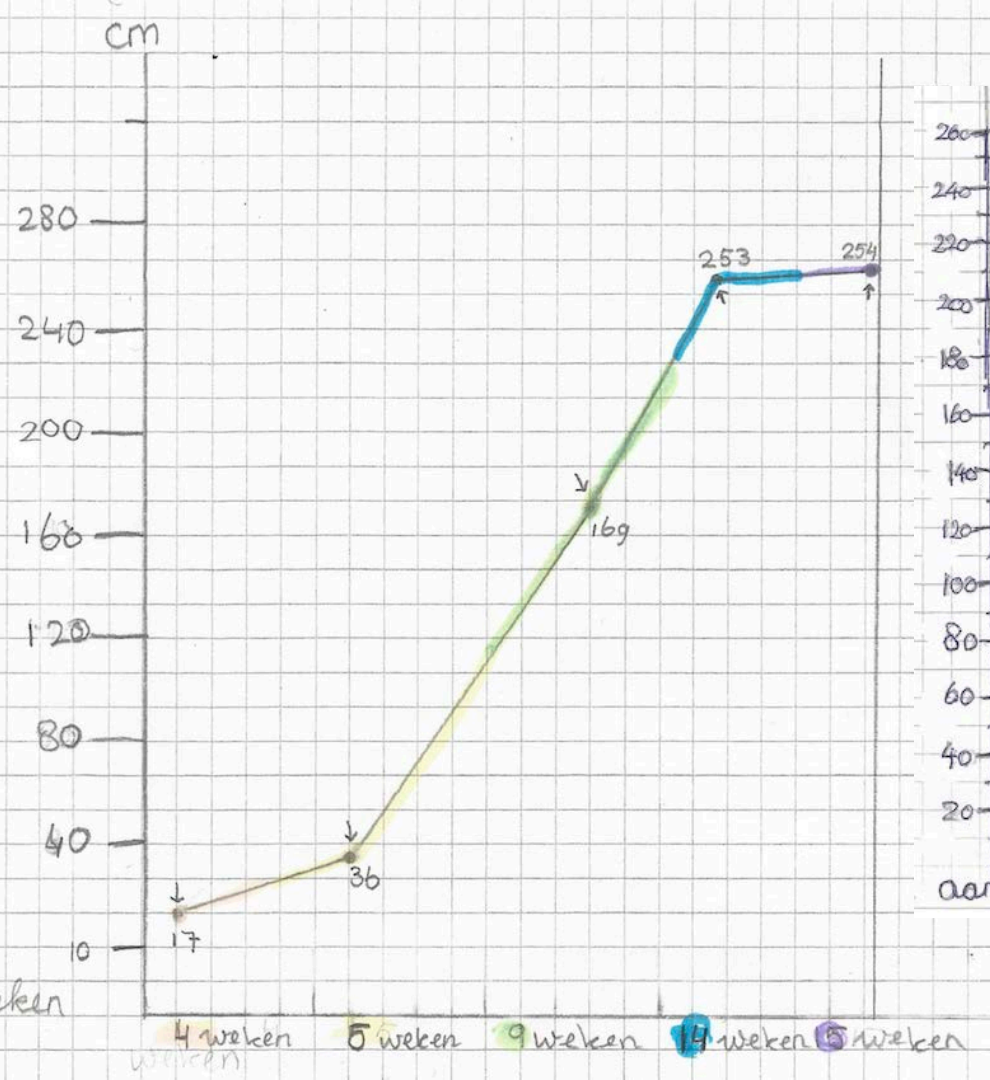


weken



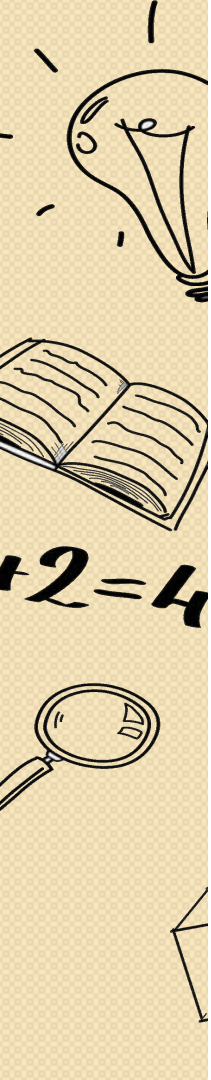
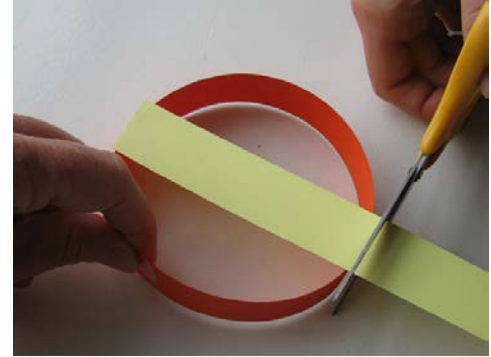
cm





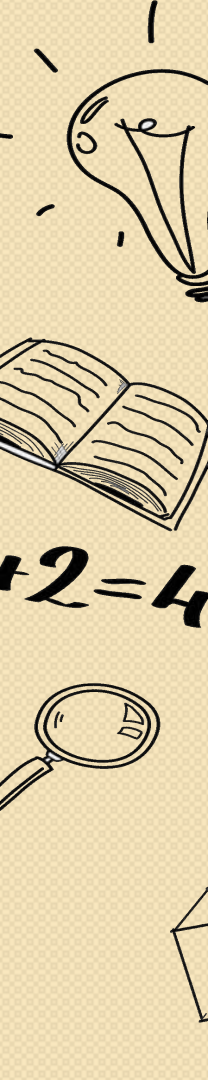
# Grote en kleine cirkels

- Vijf stroken:
  - 10cm, 20cm, 30cm, 40cm en 60cm lang
- Kies een strook uit
- Maak er een cirkel van
- Knip een strook zo lang als de middellijn van die cirkel
- Voorspel hoe lang de middellijn wordt bij de cirkels van de andere vier stroken
- Maak een grafiek die het verband tussen omtrek en middellijn in beeld brengt

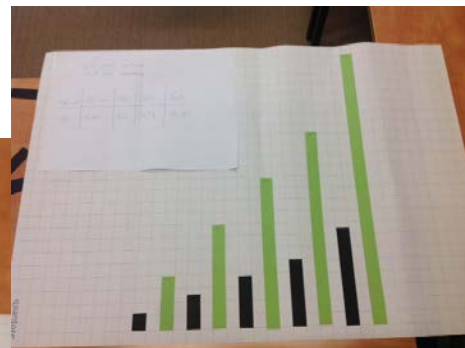
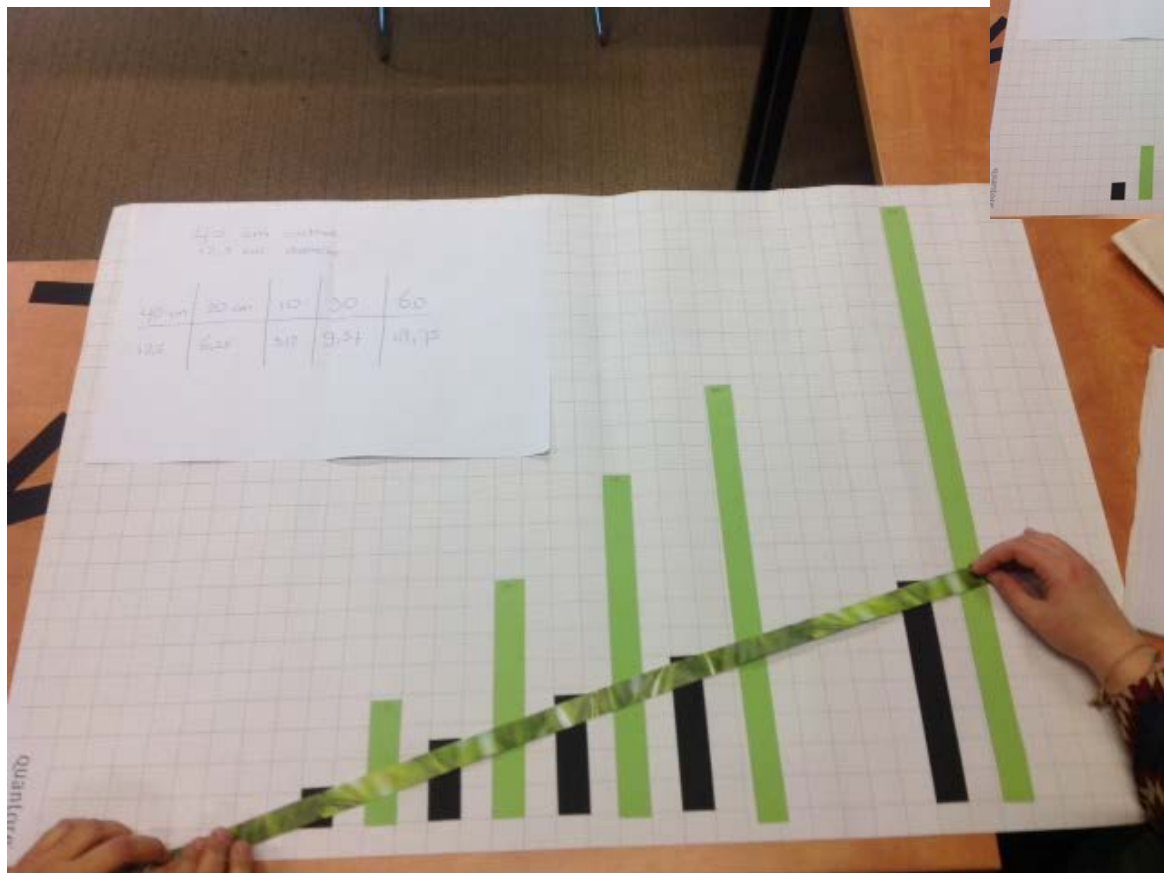
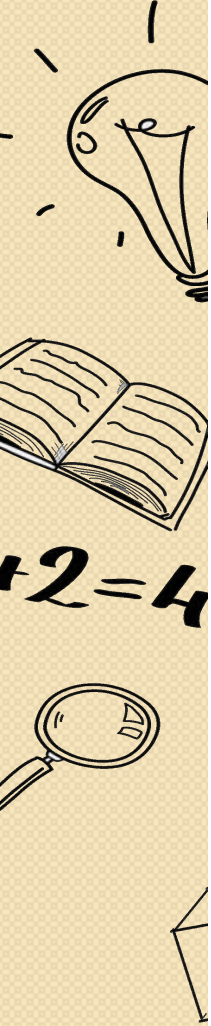


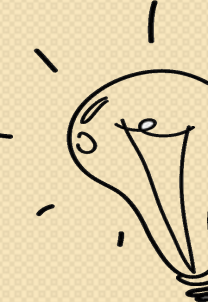
# Onze studenten

- video pi-practicum

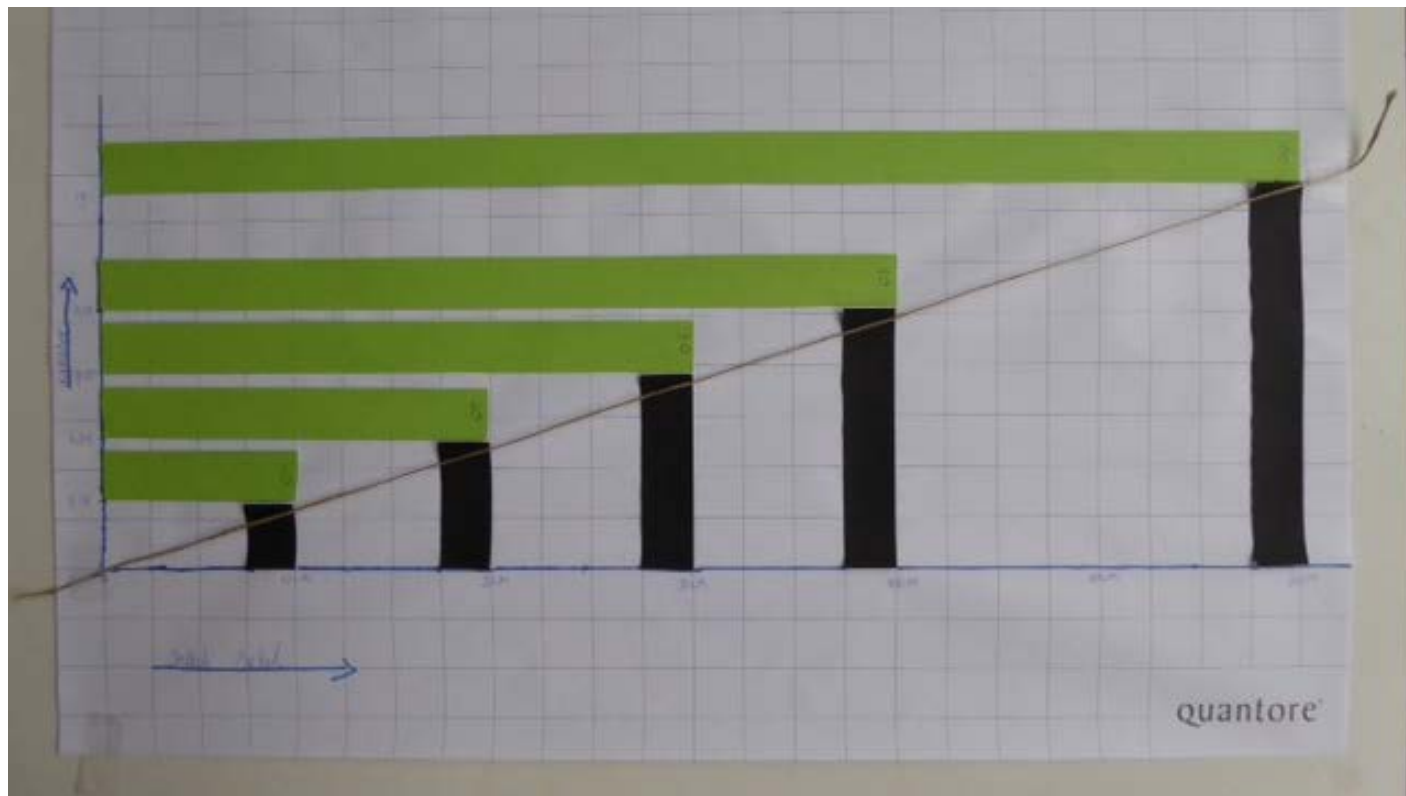


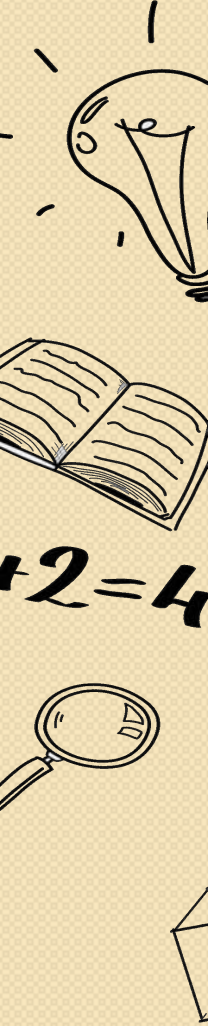






$$+2=4$$



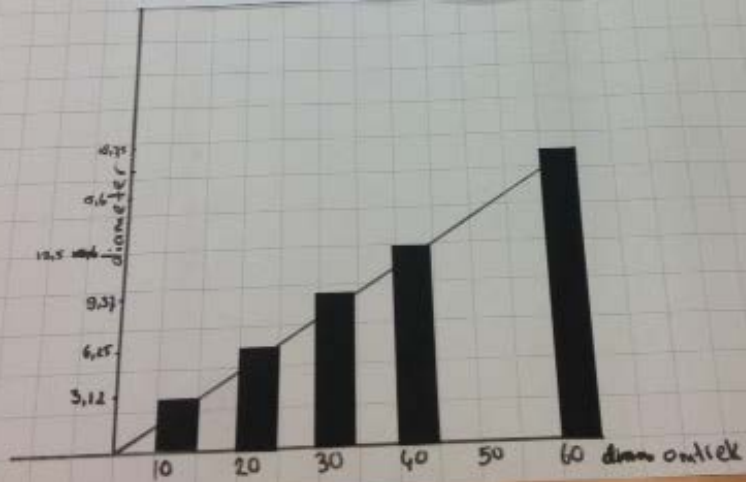


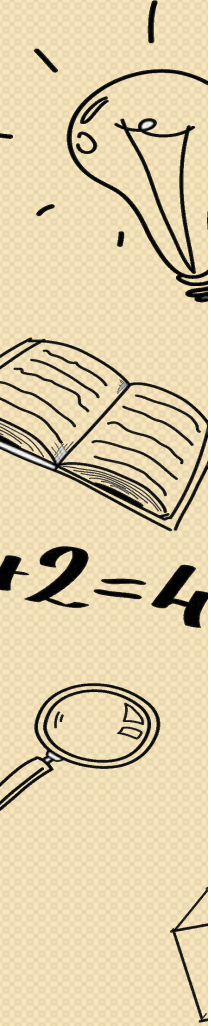
+2=4

Quantore

40 cm control  
12,5 cm diameter

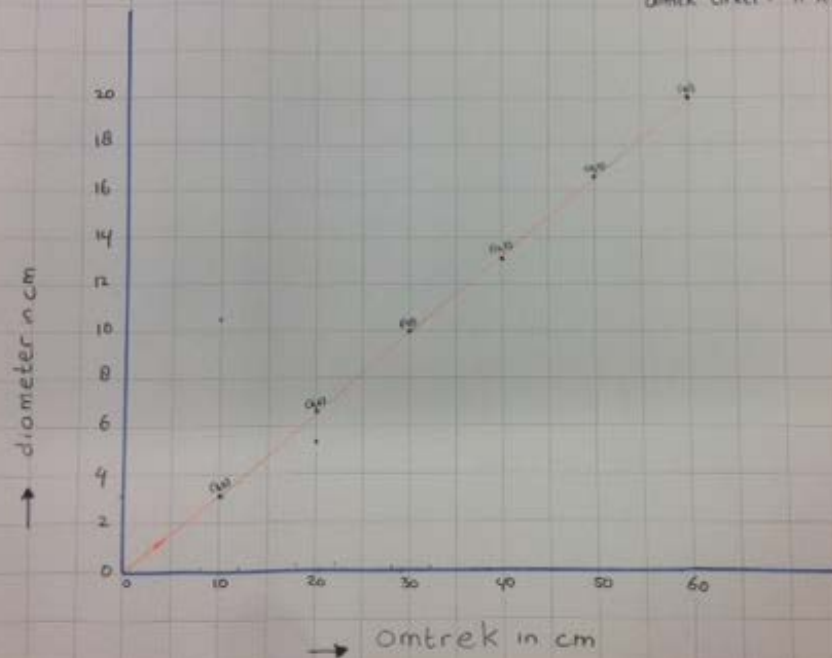
| 40 cm | 20 cm | 10   | 30   | 60    |
|-------|-------|------|------|-------|
| 12,5  | 6,25  | 3,12 | 9,37 | 18,75 |





# L nggrafiek

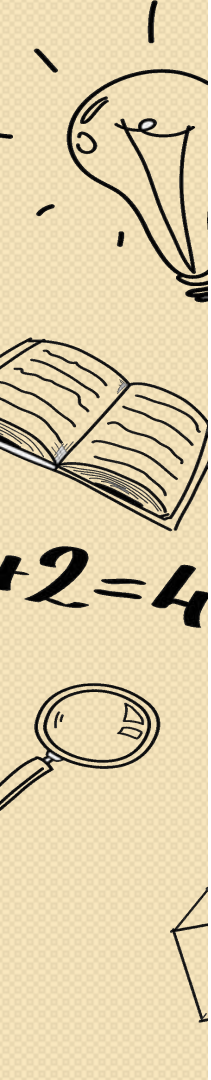
omtrek cirkel =  $\pi \times \text{diameter}$

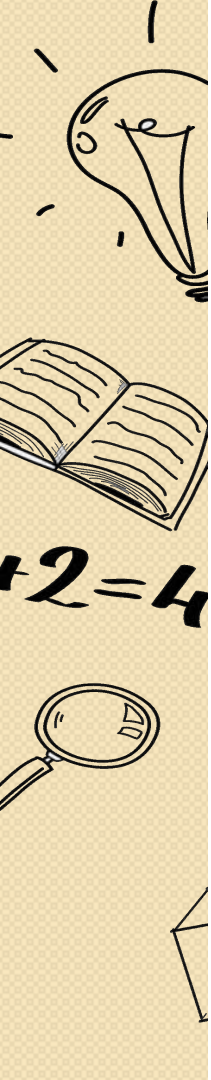




# Reflectie

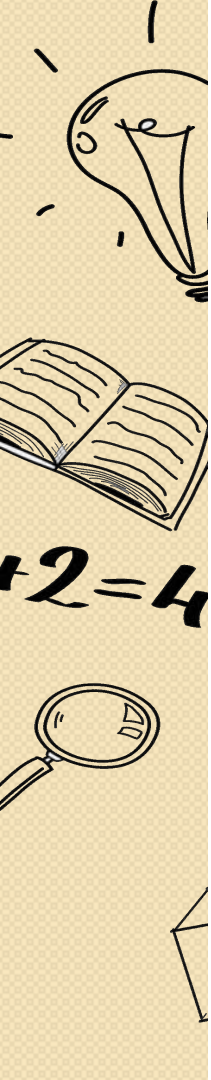
- Het gaat erom dat je rekenprocedures niet kant en klaar aangereikt krijgt, maar die procedures tot op zekere hoogte zelf ontwikkelt en daardoor beter begrijpt.





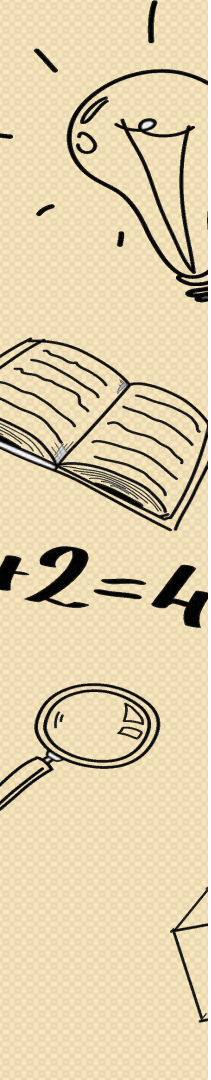
# Werken met de methode

- Verwachten de Pabo-studenten dat ze genoeg ruimte krijgen voor onderzoekend leren/heruitvinden?
- video 4:20



# Uw mening

- Wordt op Pabo en basisschool op dezelfde manier gedacht over het belang van geleid heruitvinden/onderzoekend leren in het reken-wiskundonderwijs?
- Als er een kloof is, wat kunnen we daar aan doen?



# Tot slot

- video 7:30