

‘Gelijkheid’ ervaren met de hangmobiel: algebra in groep 7

Mara Otten – Promovendus
Universiteit Utrecht

Begeleiders:

Prof. Dr. Marja van den Heuvel Panhuizen (Universiteit Utrecht)

Dr. Michiel Veldhuis (Universiteit Utrecht)

Prof. Dr. Aiso Heinze (IPN Kiel)

Opzet werkgroep

- Korte introductie project
- Aan de slag met de hangmobiel
- Opgedane kennis relateren aan leerlingwerk

Beyond Flatland Project

Doel: meer wiskundig redeneren op de basisschool introduceren
→ Stimuleren van de hogere-orde denkvaardigheden (HOV)

We richten ons op groep 7

Drie **wiskundige domeinen**:

- Grafieken (modelleren van dynamische data)
- Kans
- Algebra

(Pre-)algebra

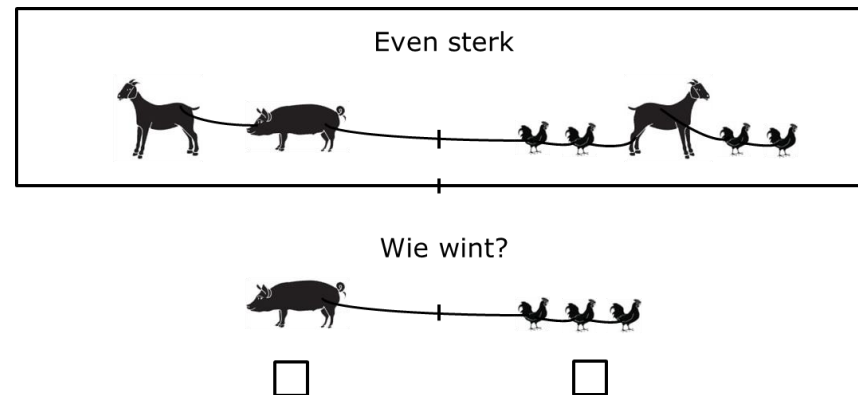
- Internationaal onderzoek laat zien dat kinderen al op jonge leeftijd, vóór ze naar de middelbare school gaan, in staat zijn om algebraïsch te redeneren.
 - Bijv. kinderen van 10 jaar die lineaire vergelijkingen kunnen oplossen met onbekenden aan beide kanten van het =-teken (Brizuela & Schliemann, 2004)
bijv. $2T + 7 = T + 20$
- Daarnaast bewijs dat het succesvol geïmplementeerd kan worden op de basisschool (e.g. Kaput et al., 2008)
- Pre-algebra
- Belangrijk: ≠ het eerder beginnen met formele algebra

Pre-algebra

- **Doel:** ontwikkelen van een lessenserie (voor groep 7) van zes lessen over pre-algebra
- **Onderzoeksvraag:** Hoe kan het algebraïsch redeneren van basisschoolleerlingen uitgelokt / gestimuleerd worden?

Ontwikkeling van de lessenserie: Vergelijkingen

- Focus op vergelijkingen
- Informeel algebraïsch redeneren
- Specifieker: context-gebaseerde vergelijkingssituaties als startpunt (i.p.v. formele vergelijkingen)



~~$$\begin{aligned} 10Y &= 2X \\ X &= 2Y + Z \\ Z &= \dots Y? \end{aligned}$$~~

Embodiment Theorie

Fysieke ervaringen met een bepaald (wiskundig) concept, kunnen bijdragen aan een beter begrip van dit concept.

Opdracht in groepen

- 5 groepen
- **Vraag 1:** Kun je iets veranderen aan deze hangmobiel, terwijl tegelijkertijd de hangmobiel recht blijft? Je mag alleen dezelfde balletjes gebruiken
- **Vraag 2:** Wat kun je allemaal doen, terwijl tegelijkertijd de hangmobiel recht blijft? Je mag ook balletjes wegdoen en erbij nemen.

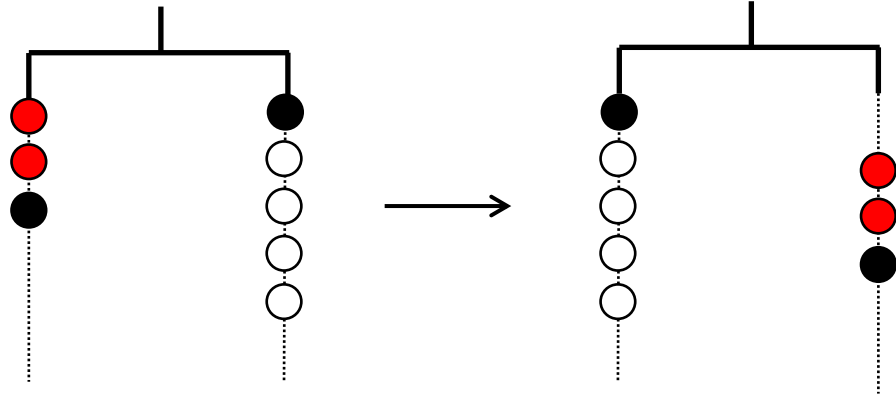
Maak een poster van jullie bevindingen!

Discussie

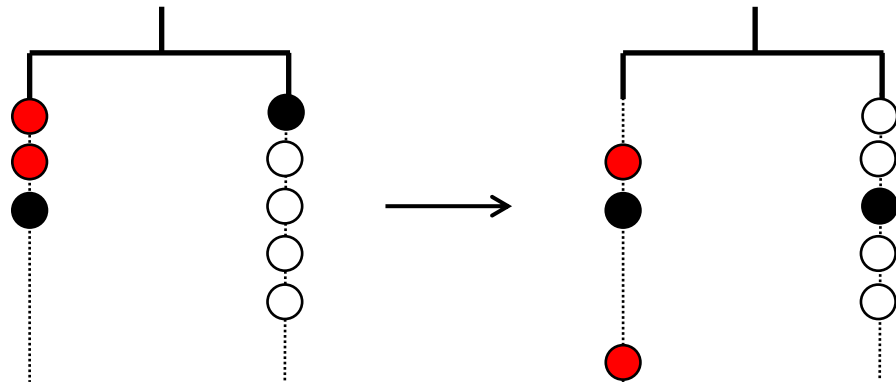
Wat kan er allemaal veranderd worden aan de hangmobiel, terwijl je zorgt dat deze recht blijft?

Aantal opties:

- Omwisselen van L/R

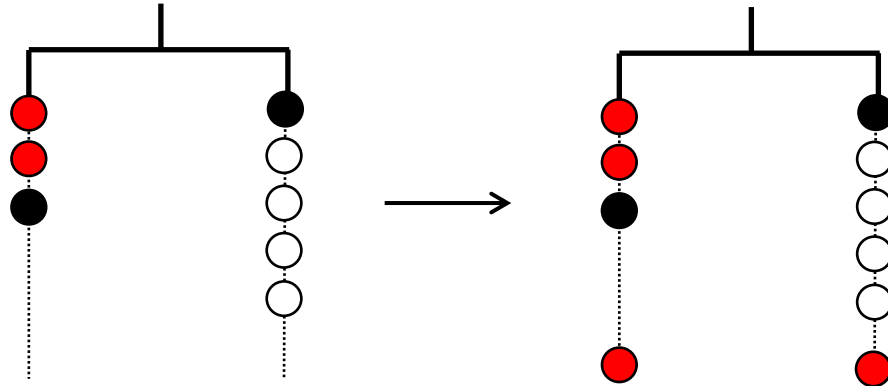


- Volgorde van de balletjes aan één kan veranderen

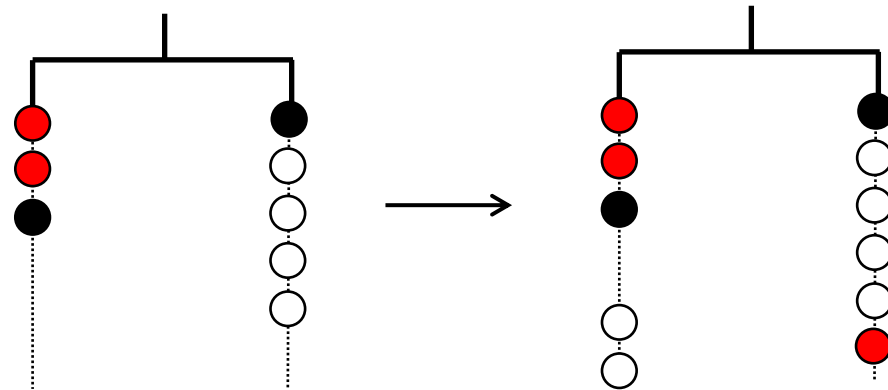


Aantal opties:

- (Gelijke) balletjes toevoegen aan beide kanten

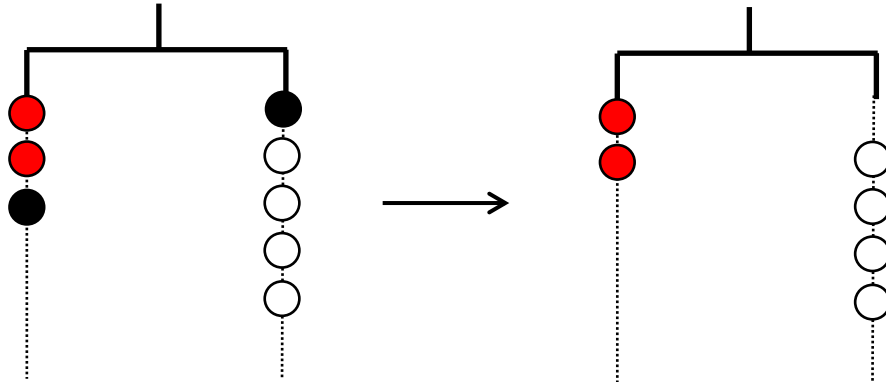


- Balletjes aan beide kanten toevoegen (op basis van de verhouding)

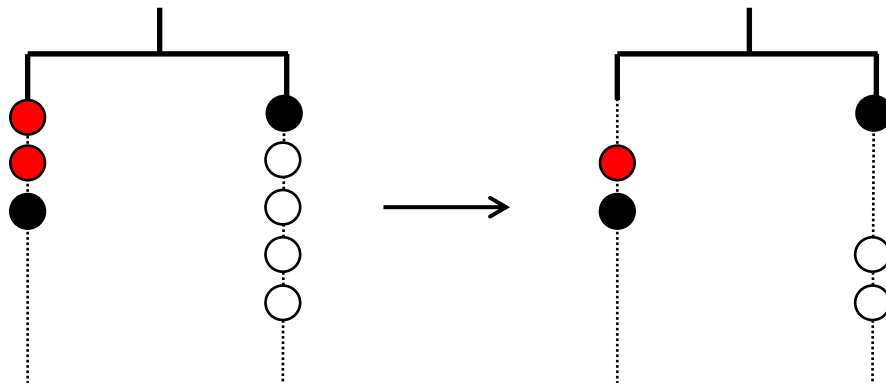


Aantal opties:

- (Gelijke) balletjes wegnemen aan beide kanten



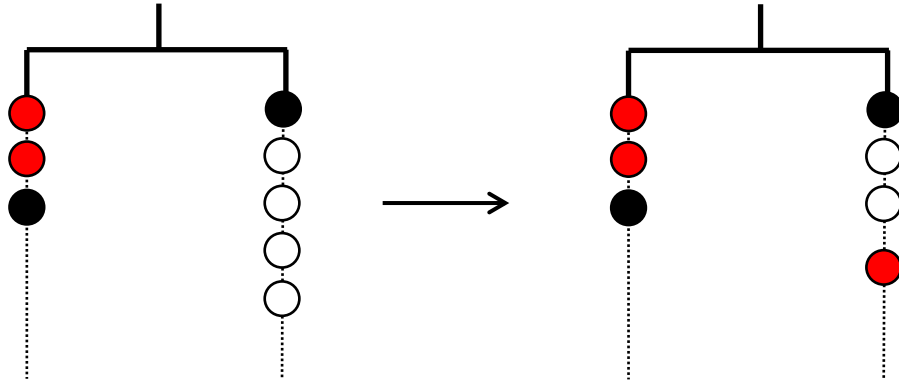
- Balletjes aan beide kanten wegnemen (op basis van de verhouding)



Aantal opties:

- Balletje van een bepaalde kleur vervangen door balletjes van een andere kleur (op basis van de verhouding)

- ...

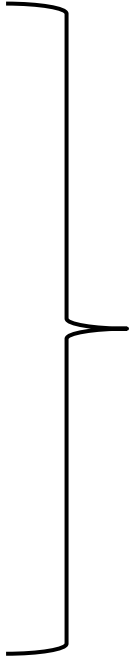


Discussie

1. Welke algebraïsche principes/concepten/strategieën komen terug in deze opdracht?
2. Op welke manier helpt de fysieke ervaring hierbij (*embodiment theorie*)?

Wat komt er in deze opdracht aan bod?

- Gelijkheid
- Herstructurering
 - Links/rechts omwisselen
 - Positie aan één kant veranderen
- Isolatie
 - Additief verminderen
 - Multiplicatief verminderen
- Substitutie
 - Vervangen van onbekenden
- Notaties
- Taal
- ...



Algebraïsche
strategieën

Embodiment als
basis

Embodied cognitie theorie

- Fysieke ervaringen met het concept **gelijkheid**, kan bijdragen aan een dieper begrip van dit concept.
- Leerlingen proberen steeds op verschillende manieren de hangmobiel in balans te houden
- Bouwt voort op de ervaringen die leerlingen al hebben met balans in het dagelijks leven
- Omdat begrip van het concept *gelijkheid* essentieel is voor het oplossen van vergelijkingen (vb. Greenes & Findell, 1999) kan het werken met de hangmobiel als goede basis gelden voor het ontwikkelen van algebraïsch redeneren.

Leerlingwerk

Tot nu toe:

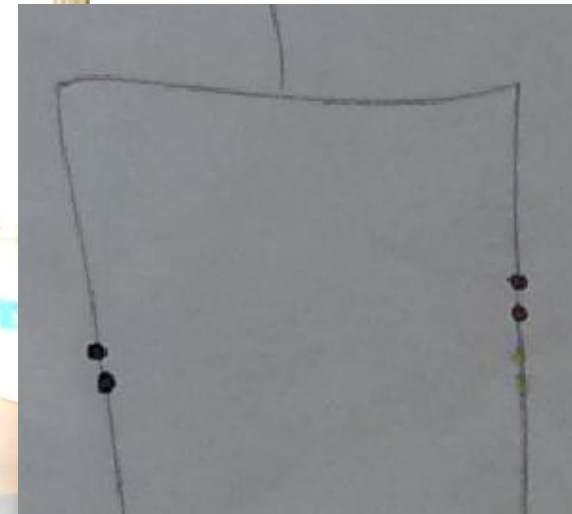
1. Hoe kan algebraïsch redeneren uitgelokt worden bij basisschoolleerlingen?
2. Welk algebraïsch redeneren wordt uitgelokt door leerlingen met de hangmobiel te laten werken?

Nu: hoe is dit daadwerkelijk zichtbaar bij leerlingen?

Filmpje 1: werken met de hangmobiel



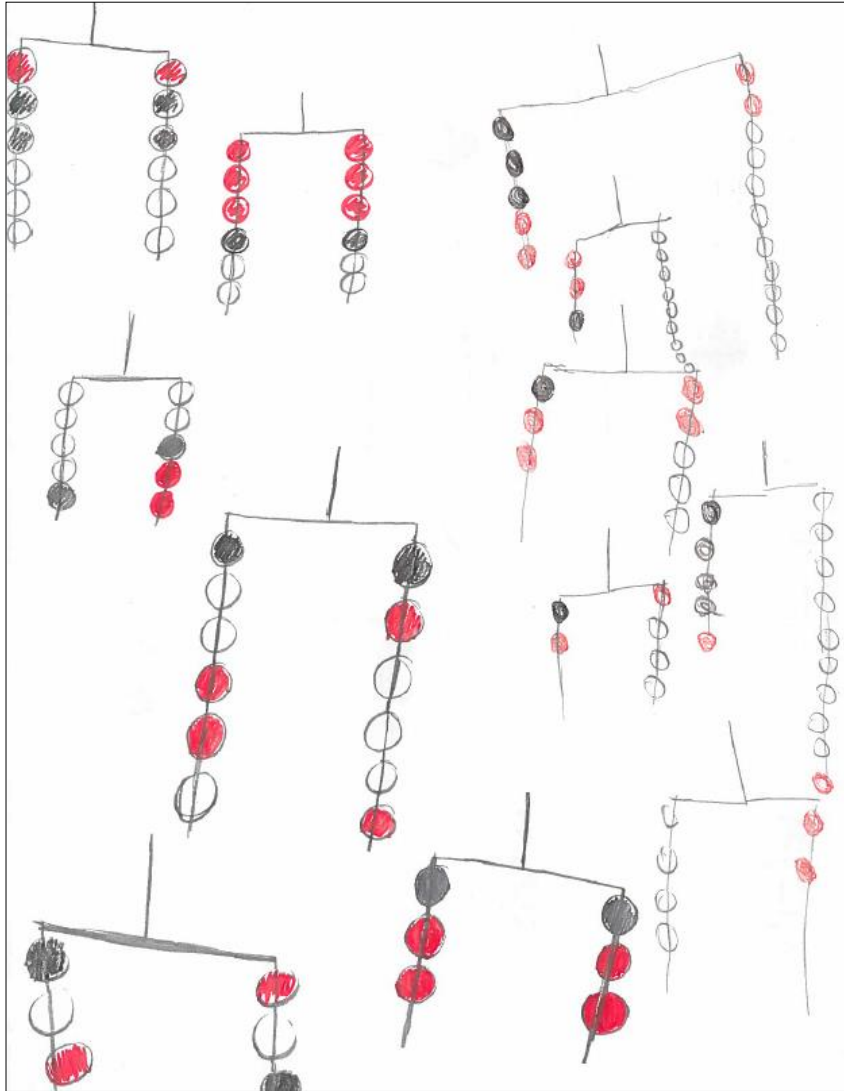
Filmpje 2: werken met de hangmobiel



Filmpje 3: klassikale nabespreking



Posters 1 en 2



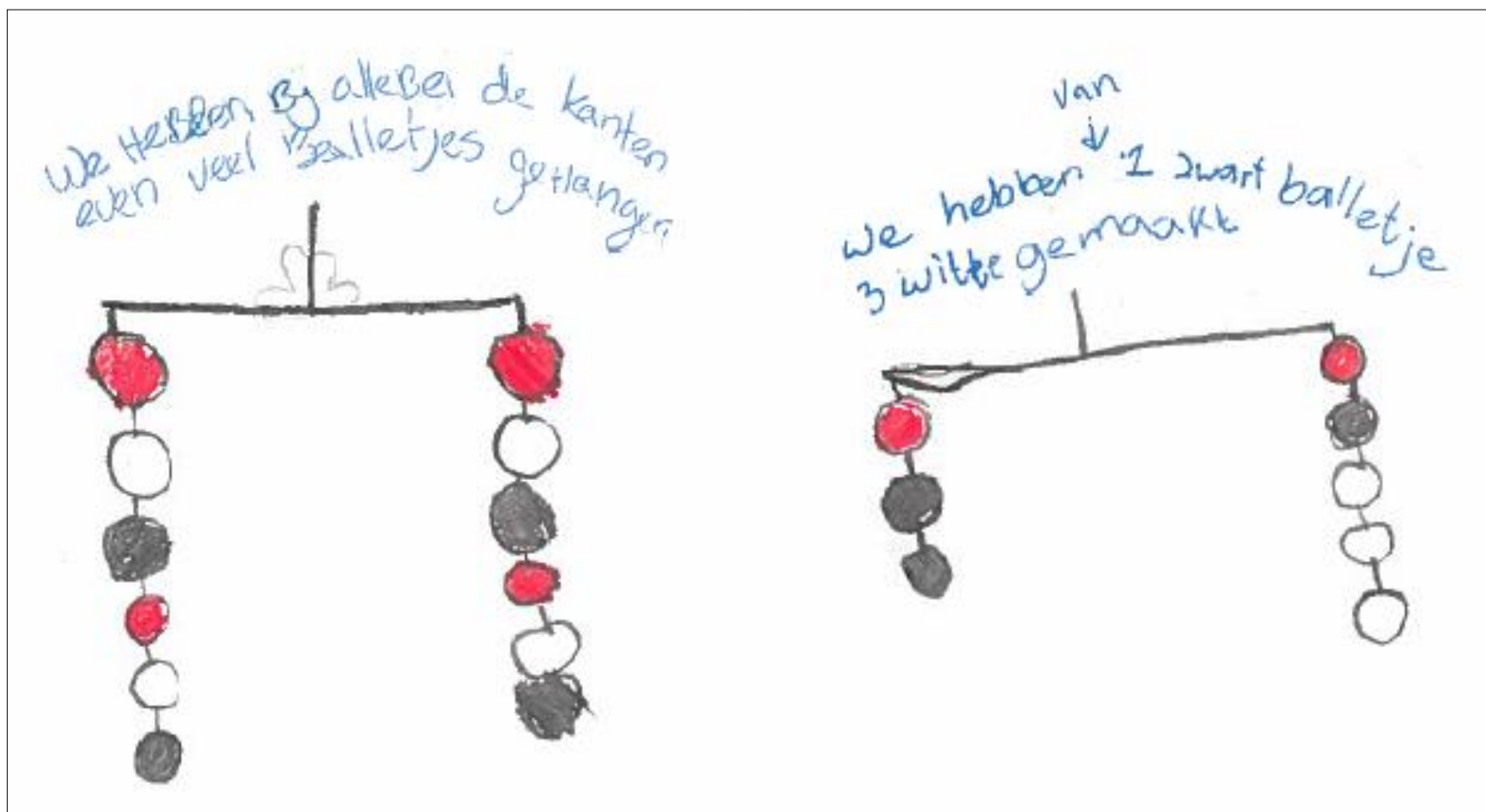
je hebt ∞ mogelijkheden als je je
dan deze regels houdt:

- er moeten aan de ene kant 3 keer
zoveel witte als aan de andere kant
zwarte zijn.
- er moeten aan de ene kant evenveel
rode als aan de andere kant zwart zijn.

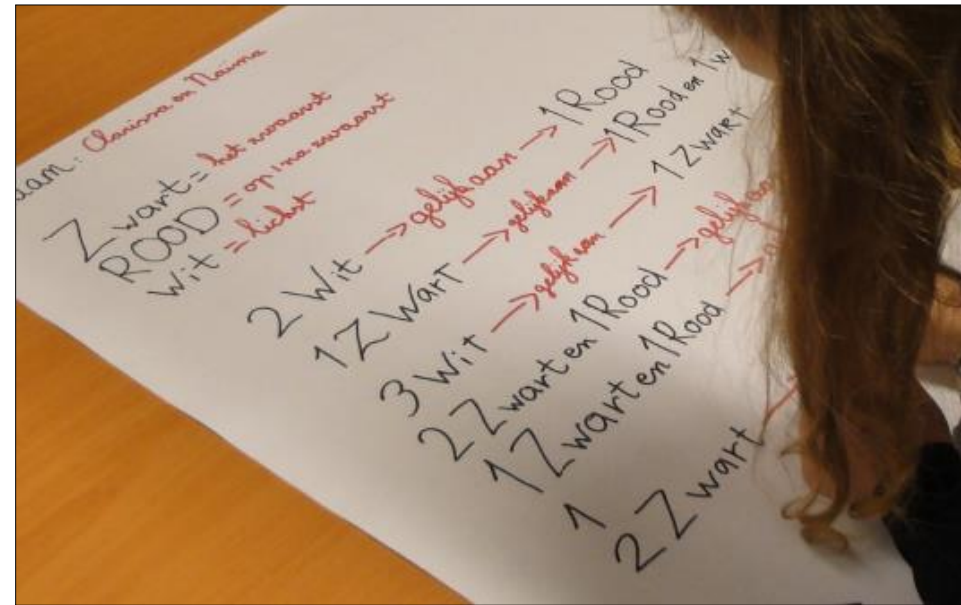
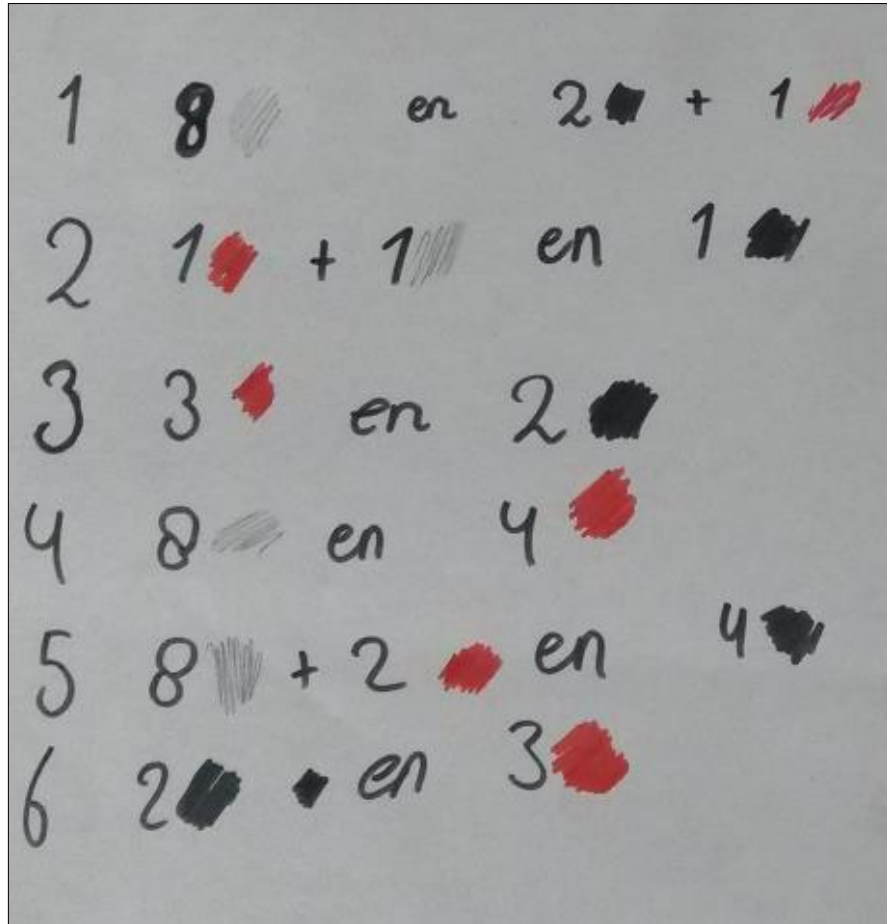
• of als een rode
aan de ene kant
aan de andere kant

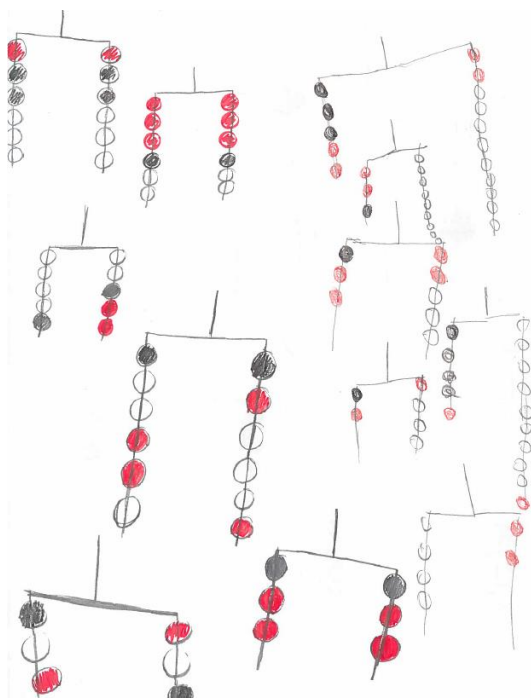


Poster 3



Posters 4 en 5





je hebt ∞ mogelijkheden als je je dan deze regels houdt:

- er moeten aan de ene kant 3 keer zoveel witte als aan de andere kant zwarte zijn.
- er moeten aan de ene kant evenveel witte als aan de andere kant zwarte zijn.

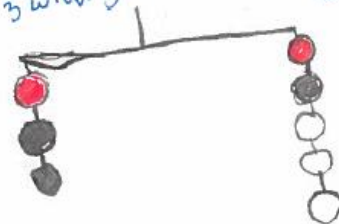
Zwart = het ruisende
 ROOD = op het ruisende
 Wit = licht

2 Wit $\rightarrow$ gelijk aan $\rightarrow$ 1 Rood
 1 Zwart $\rightarrow$ gelijk aan $\rightarrow$ 1 Rood en 1 Wit
 3 Wit $\rightarrow$ gelijk aan $\rightarrow$ 1 Zwart
 2 Zwart en 1 Rood $\rightarrow$ gelijk aan
 1 Zwart en 1 Rood $\rightarrow$
 1 Zwart

We hebben bij allebei de kanten een veel witte ballenjes gehangen

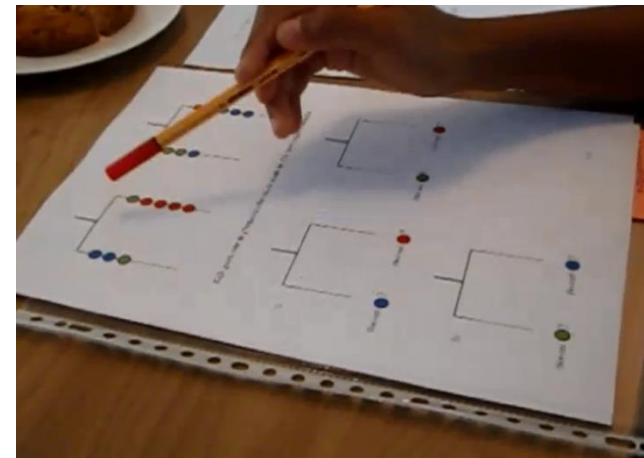
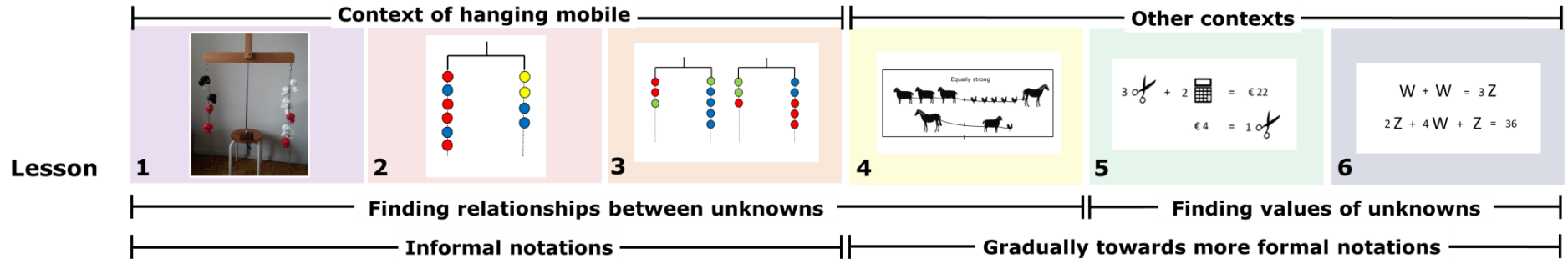


Van
 we hebben 1 zwart balletje
 3 witte gemaakt



1	8	en	2	+	1
2	1	+	1	en	1
3	3	en	2		
4	8	en	4		
5	8	+	2	en	4
6	2	en	3		

Hoe verder vanaf hier?



Literatuur

- Brizuela, B., & Schliemann, A. (2004). Ten-year-old students solving linear equations. *For the learning of Mathematics*, 33-40.
- Greenes, C., & Findell, C. (1999). Developing students' algebraic reasoning abilities. In L. V. Stiff & F. R. Curcio (Eds.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12* (pp. 127-137). Reston VA: The National Council of Teachers of Mathematics.
- Kaput, J. J., Carraher, D. W., & Blanton, M. L. (Eds.). (2008). *Algebra in the early grades*. New York: Lawrence Erlbaum Associates/National Council of Teachers of Mathematics. (p5-18)

Bedankt voor het bijwonen van de werkgroep!
Zijn er nog vragen?

Mara Otten
m.otten@uu.nl