

In 2009 schreef Ed de Moor, oprichter van het Panama-project voor reken-wiskundeonderwijs, dit hoofdstuk voor de Panama-bundel die toen nog jaarlijks verscheen. In 2009 was de maatschappelijke discussie over reken-wiskundeonderwijs ernstig gepolariseerd – vooral in de media. Er verschenen krantenkoppen als *Basisschool nog slechter in rekenen dan in taal* en *Discussie over de realistische rekenmethode laait op*. Dit was aanleiding voor toenmalig staatssecretaris van onderwijs Dijkema om op de Panama-conferentie een KNAW-onderzoek naar reken-wiskundeonderwijs aan te kondigen. Voor Ed de Moor was dit aanleiding om op diezelfde conferentie een beschouwing te verzorgen waarin hij een en ander in historisch perspectief plaatste. Deze beschouwing legde hij vervolgens neer in dit artikel - waarin hij ook refereert aan het betreffende KNAW-onderzoek, dat toen overigens nog niet afgerond was.

Ed was van mening dat er veel kan worden geleerd van het verleden. Wat een geluk dat hij ook heeft opgeschreven wat hij vond. Dit hoofdstuk is weliswaar in 2009 geschreven, maar de inhoud en strekking zijn in 2017 nog net zo actueel als toen.

*Marc van Zanten, voorzitter Panama*

## Zonder verleden geen toekomst

*Ed de Moor, Panama / NVORWO*

### Inleiding

Je kunt de staartdeling niet goed uitleggen als je deze zelf niet vlot kunt uitvoeren, als je niet begrijpt hoe dat algoritme in elkaar zit, als je niet weet hoe delen samenhangt met de andere bewerkingen en welke verschijningsvormen ervan die operatie bestaan. Een goede leraar – in ieder geval een opleider van leraren – dient mijns inziens ook iets van de historie van de ontstaanswijze van de staartdeling te weten. Wie een vak onderwijst dient boven de stof te staan. Niet alleen moet de leraar de inhouden en de technieken beheersen, hij of zij moet tevens over een behoorlijk didactisch repertoire beschikken en ook in die zin boven de stof te staan. Om te kunnen deelnemen aan een discussie of de staartdeling in verband met de huidige maatschappelijke veranderingen nog onderwezen zou moeten worden en zo ja, op welke wijze, is het van belang dat men enig inzicht heeft in de historische ontwikkeling van ons rekenonderwijs. Dat is de reden dat ik op de Panama-conferentie van 2009 een kort overzicht van die ontwikkelingen in Nederland heb gegeven. Enkele mijlpalen daarvan uit de negentiende en twintigste eeuw zet ik in dit artikel nog eens globaal op een rij.

### Historische ontwikkeling rekenonderwijs

#### De periode 1800-1875

Dit is de tijd van de Verlichting. Nederland is het eerste land dat een onderwijswet (Van der Palm, 1801) invoert. Interessant is dat de overheid zich daarbij expliciet met de inrichting en de doelen van het onderwijs gaat bezighouden. Zo wordt het klassi-

kaal onderwijs verplicht gesteld en komt er een inspectie die dit gaat controleren. Er wordt een eerste leerplan opgesteld, waarin ook rekenen als vak van onderwijs wordt opgenomen. Zelfs stelt de overheid een boekenlijst samen (Boekholt & De Booy, 1987). Zo verschijnen ook de eerste rekenboekjes voor de lagere school. Onder invloed van het denken en doen van de Zwitserse pedagoog Pestalozzi wordt aanschouwelijkheid het leidende principe van de didactiek, toen de *methodiek van mededelen* genoemd. Het doel van het onderwijs was de verstandelijke ontwikkeling van het jonge kind, alsmede opvoeding tot een goed burger door middel van het bijbrengen van de christelijke waarden en normen. Deelname aan het onderwijs nam wel toe, maar bleef nog gering, ongeveer vijftig procent rond 1870. Toonaangevende onderwijzers als Prinsen, Rijkens en Brugsma leverden belangrijke bijdragen aan zowel de pedagogiek, alsook specifiek aan het rekenonderwijs en de zogenaamde vormleer, een soort meetkunde. Het rekenpeil was, voor zover valt na te gaan, laag. Er lag een fikse nadruk op het schriftelijke cijferen. Het hoofdrekenen had een aparte status, kende nog nauwelijks een didactische vorm en werd vooral ook aanbevolen als training van het geheugen. Het rekenen was weinig praktisch en had vooral de vormende waarde als algemeen doel. Rond 1875 werden vooral de rekenboekjes van Hemkes veel gebruikt (Leen, 1961) (Afb. 1).

| <b>H E M K E S'</b>                                  |                |  |
|--|----------------|--|
| <b>VIJF CENTS REKENBOEKJES:</b>                      |                |  |
| I.   | Eerste Rekenb. | <i>De hoofdr. in geheele getallen . f</i> 0-05.  |
| II.  | Tweede dito,   | <i>De hoofdr. in tiendeelige breuken</i> - 0-05.   |
| III.   | Derde dito,    | <i>Munten, malen en gewigten . . .</i> - 0-05.   |
| IV.  | Vierde dito,   | <i>Regel van drieën . . . . .</i> - 0-05.  |
| V.   | Vijfde dito,   | <i>Gewone breuken . . . . .</i> - 0-05.  |
| VI.  | Zesde dito,    | <i>Uitbreiding v. den regel v. drieën</i> - 0-05.  |
| VII.   | Zevende dito,  | <i>Verdere uitbreiding en toepassing'</i><br><i>van den regel van drieën . . .</i> - 0-05. |
| VIII.  | Achtste dito,  | <i>Herhaling en uitbreiding . . . .</i> - 0-05.  |
| <b>ANTWOORDEN op de Acht Rekenb. in één stukje à</b> |                |  |

Afb. 1. Een hele rekenmethode voor veertig cent.

### De periode 1875-1920

Door de industriële revolutie verandert de maatschappij. Ook het onderwijs wordt daardoor beïnvloed. De deelname aan het onderwijs groeit tot zo'n negentig procent. Er komen nieuwe onderwijswetten en schoolplicht. Het aantal kweek- en normaalscholen groeit en de kwaliteit van de opleiding neemt toe. Het rekenen krijgt een meer toepassingsgericht karakter en er wordt in die tijd ook wel enige meetkunde gedaan. Het is Jan Versluys (Afb. 2), die met een aantal geschriften de basis legt voor het ontstaan van een serieuze didactiek voor rekenen en wiskunde. De belang-

rijkste didactische principes van Versluys zijn: heuristische werkwijze (geleide heruitvinding), aanschouwelijkheid, beperking van de leerstof, inzichtelijkheid, belang van zinvol oefenen. Zeer belangrijk achtte hij ook het inzichtelijke hoofdrekenen (Versluys, 1875).

Versluys heeft talrijke navolgers gehad. Hij putte zijn ideeën uit zowel de Franse als de Duitse scholen, maar stond ook onder invloed van de Engelse ontwikkelingen op het gebied van de filosofie (John Stuart Mill) (De Moor, 1994).

Op het Nederlands rekenonderwijs hadden vooral de Duitsers Grube en Diesterweg invloed, terwijl voor de algemene methode van onderwijs met name Herbart werd nagevolgd. De meest vooruitstrevende ideeën over de opvoeding en het schoolwezen vinden we in de Reformpedagogiek, welke beweging zich aan het eind van de negentiende eeuw manifesteerde. Vrijwel alle pedagogen en rekendidactici blijven hameren op het belang van inzichtelijk onderwijs, aanschouwing,

hoofdrekenen, praktische toepassingen en op beperking van gekunstelde denksommen (Leen, 1961). Men kan in de negentiende eeuw al voorbeelden vinden van wat tegenwoordig kolomsgewijs rekenen wordt genoemd. Het algemene doel voor rekenen verschuift van de vormende waarde naar de praktische waarde. Hoewel Theo Thijssen niet erg van didactiek houdt, pleit hij wel voor bij de kinderen passend rekenonderwijs. Bouman en Van Zelm (1918) keren zich in hun theoretische opvattingen, gebaseerd op de filosofie van Bolland, af van het principe *van concreet naar abstract* en willen getallen als *logische denkbaarheden* zien en behandelen (Treffers, 1985). Deze zienswijze is echter niet in overeenstemming met hun rekenboekjes, die een mechanistische rekenaanpak vertonen. Hun methode heeft jarenlang een grote verspreiding gehad, waarschijnlijk vanwege de *sommetjes* per soort, waardoor een didactiek van voordoen en nadoen in de hand werd gewerkt. Internationaal ontstaat er zowel in de sociale wetenschappen als bij de beroepswiskundigen interesse voor didactiek van de wiskunde en het rekenen.

### De periode 1920-1960

In Duitsland ontstaat de denkpsychologie, die ook in Nederland navolgers krijgt, zoals Philip Kohnstamm. Er zijn veel klachten over de



Afb. 2. Jan Versluys (1845-1920), invloedrijk reken- en wiskunde didacticus.



Afb. 3. P.A. Diels (1879-1938), auteur van *Fundamenteel Rekenen*.

slechte rekenvaardigheid van de leerlingen in de eerste klassen van het vervolgonderwijs. Kohnstamm en zijn medewerkers van het Nutsseminarium doen onderzoeken en publiceren over de aansluitingsproblematiek tussen het lager en middelbaar onderwijs (Veen & Kohnstamm, 1928). Kohnstamm pleit voor een rekenonderwijs dat de kinderen analytisch leert denken en beveelt lees-rekenopgaven aan in plaats van de stereotype denksommen. Er komt nu ook meer aandacht voor de ontwikkelingen in Groot Brittannië en USA, waar Dewey dezelfde ideeën blijkt te hebben als Ligthart in Nederland.

Kohnstamm en Diels (Afb. 3) bezoeken Engeland waar Ballard aan een praktisch toegepast eenvoudig rekenonderwijs werkt. Diels schrijft daarna samen met Nauta de methode *Fundamenteel Rekenen*, die gebaseerd is op dat werk van Ballard. Hierin wordt grote aandacht besteed aan het hoofdrekenen (De Moor, 2005). De psychologen Revesz en Luning Prak komen in die jaren met *scholastic tests*: korte inzichtelijke testvragen. Bovendien wijst Prak in verband met de aansluiting op het belang van IQ-tests. Ene Kellinga (frater Reijnders) wil sterke vereenvoudiging en vooral praktisch rekenonderwijs, wat tot de methode *Noodig Rekenen* leidt. Ook Govert Grazer (frater Rombouts) (Afb. 4) houdt een krachtig pleidooi voor drastische veranderingen: hij wil geen vakmatig-logische opbouw, maar aansluiten bij de psychologische ontwikkeling van het kind (Grazer, z.j.; De Moor, 2008b). Na de oorlog geeft hij deze ideeën vorm in de methode *Geef Acht*. De Wiskunde Werkgroep van mevrouw Ehrenfest, die zich voornamelijk met het voortgezet onderwijs bezighield, mengt zich vanaf de jaren dertig ook in deze discussie.

In 1940 gaat circa vijf procent van de leerlingen naar het Voorbereidend Hoger en Middelbaar Onderwijs (VHMO). Slechts de helft daarvan haalt het eindexamen.

Enkele onderzoeken uit die tijd laten zien dat de rekenvaardigheid van de kinderen op het VHMO zeer slecht is. Na de oorlog gebeurt er niet veel aan de inhoud van het rekenonderwijs. Wel ontstaat behoefte aan zelfstandig werken. Dit komt tot uiting in rekenmethoden als *Naar Aanleg en Tempo* en *Naar Zelfstandig Rekenen*. Andere titels uit de jaren vijftig zijn *De Grondslag*, *Ik Reken*, *Uitkomst* en *Boeiend Rekenen*. Er wordt wat minder nadruk gelegd op het hoofdrekenen, behalve in de methode *Functioneel Rekenen*, waar dit onderdeel juist tot de kern van het rekenonderwijs verheven wordt.



Afb. 4. Frater Sigebertus Rombouts alias Govert Grazer (1883-1962).

### De periode 1960-1970

Er is een toenemende vraag naar differentiatie en individualisering van het rekenonderwijs. Dit krijgt met name gestalte in de methode *Niveau Cursus Rekenen*, waardoor de leraar meer de rol van controleur dan van explicateur krijgt. Hierdoor

raakt vooral het hoofdrekenen op de achtergrond. Internationaal komt de zogenoemde *New Math* beweging op. Hierin wil men van abstract naar concreet en van meet af aan met verzamelingen en logica werken. Het is een zuiver wiskundige aanpak, waarbij het praktische getalbegrip en het vaardig rekenen worden verwaarloosd. Aanvankelijk bestond ook in Nederland voor deze ontwikkeling enige belangstelling, vooral in het voortgezet onderwijs. Zelfs zijn er enige basisschoolmethoden in deze trant verschenen (Treffers, 1985). Via de eerste *Wiskobas*-conferenties (WISKunde Op de BASisschool) is deze zogenaamde moderne wiskunde op de basisschool tegengehouden. Dat is te danken aan Wijdeveld, Goffree en Treffers, die de bekende *Wiskobas*-beweging in gang hebben gezet. Dat nu resulteerde in 1971 weer tot de oprichting van het *Instituut voor de Ontwikkeling van het Wiskunde Onderwijs* (IOWO), thans het Freudenthal Instituut. Freudenthal werd de eerste hoogleraar-directeur van het IOWO. Hij draagt het werk dat zich met het wiskundeonderwijs van vier tot achttienjarigen bezighield internationaal uit. In die tijd wordt door de inspanningen van A.D de Groot het *Centraal Instituut Toets Ontwikkeling* (Cito) opgericht (De Moor, 2008a).

### De periode 1970-1980

Leerplanontwikkeling, opleiding, heroriëntering (nascholing) en onderzoek van het rekenonderwijs worden met groot enthousiasme door het *Wiskobas*-team van het IOWO ter hand genomen. Van meet af aan wordt het onderwijsveld daarbij betrokken. Elk jaar zijn er meerdere conferenties en cursussen voor docenten aan pedagogische academies, schoolbegeleiders, onderzoekers, inspectie en leraren. De nascholingsbehoefte bij de basisscholen is echter niet erg groot. Het uitgangspunt was om geen ondoordachte veranderingen in het rekenonderwijs aan te brengen, maar eerst experimenten in de praktijk uit te voeren. Daaruit ontstaat een enorme hoeveelheid aan materialen, zowel inhoudelijk als didactisch van aard. In het begin van de jaren zeventig is het sleutelwoord verlevendiging van het rekenonderwijs door middel van onderwijs-TV producties, *Wiskobas*-bulletins en bijvoorbeeld de *KIEN*-rekenboeken van Ger Jansen. Er blijft aandacht voor hoofdrekenen, maar in vernieuwde stijl: niet uit maar mét het hoofd (Scholten, Nieland, De Moor). Treffers onderzoekt en beschrijft de verschillende stromingen en opvattingen in het rekenonderwijs en publiceert een fundamenteel proefschrift (1978) over de doelstellingen voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool, later het *realistisch reken-wiskundeonderwijs* genoemd. In die jaren wordt ook onderzoek gedaan naar mogelijke verbeteringen van het cijferen. Dit leidt tot een alternatieve aanpak, het zogenoemde kolomsgewijze rekenen.

Publicaties van het *Wiskobas*-werk krijgen grote invloed op nieuwe reken-wiskundemethoden. Aan het eind van de jaren zeventig worden alle reken-wiskundemethoden geanalyseerd (*Wiskobas*-team, 1980). De opkomst van de computer heeft dan nog weinig invloed op de basisschool. Het gebruik van de rekenmachine wordt onderzocht, maar vooralsnog ontraden voor de basisschool. Aan het eind van de jaren zeventig wordt de Stichting Leerplan Ontwikkeling (SLO) opgericht, waardoor het werk van het IOWO sterk beknot wordt.

## De periode 1980-1990

Panama (PA(bo) NAScholing Mathematische Activiteiten) wordt opgericht. Dit project geeft vervolg aan oude Wiskobas-activiteiten en start ook nieuwe activiteiten in samenwerking met Onderzoek Wiskunde onderwijs en Onderwijs Computercentrum (OW&OC), de opvolger van IOWO, het latere Freudenthal Instituut, Cito, SLO, de Nederlandse Vereniging tot Ontwikkeling van het Reken-Wiskunde Onderwijs (NVORWO) en andere instanties en personen. Het tijdschrift *Panama-Post* met praktische en wetenschappelijke artikelen over het rekenonderwijs verschijnt. Elk jaar vond - en vindt ook nu nog - de grote Panama-conferentie te Noordwijkerhout<sup>1</sup> plaats. Met de oprichting van de NVORWO ontstaat een officiële vereniging van reken-wiskundededidactici. Deze vereniging geeft thans het tijdschrift *Volgens Bartjens* (voorheen *Willem Bartjens*) uit.

Er volgen in de jaren tachtig nadere onderzoeken over cijferen. Ook komen nu realistische reken-wiskundemethoden op de markt. Reken-wiskundemethoden worden weer geanalyseerd (De Jong e.a., 1984; Feijs e.a., 1987). Ook verschijnt het proefschrift *Wiskobas in methoden* van R. de Jong (1986). Op de Pabo worden hoofdzakelijk de *Wiskunde & Didactiek* boeken van Goffree (1982, 1983, 1985) gebruikt.

Er is in die jaren een enorme terugloop van studenten aan de Pabo, waardoor veel bevoegde reken-wiskundeleraars worden ontslagen. Waarschuwingen van de NVORWO aan de inspectie en de politiek over het niveau van de Pabo worden niet gehoord. De politiek en de overheid zetten het plan voor een nieuwe basisschool (vier tot twaalf jaar) door. Ook de opleiding wordt hieraan gekoppeld door samenvoeging van de oude Kleuter Opleidingscholen (KLOS) en de toenmalige Pedagogische Academies. Pogingen van Panama en de NVORWO om een landelijke bijscholing rekenen te realiseren lukken niet. Er worden voorstellen gedaan tot het aanstellen van een rekenspecialist (coördinator) op elke school.

Verder vindt een veldraadpleging plaats over doelen en eindtermen voor rekenen-wiskunde in de basisvorming. Hieraan is de publicatie *10 voor de basisvorming* gewijd (Cadot & Vroegindeweij, 1986a, 1986b). Dit onderzoek leidt tot de *Proeve van een nationaal programma reken-wiskundeonderwijs op de basisschool* (Treffers, De Moor & Feijs, 1989; Treffers & De Moor, 1990). En deze *Proeve* vormt de aanleiding tot de officiële kerndoelen voor rekenen-wiskunde. De leerstof wordt uitgebreid met schattend rekenen, meten en meetkunde. Speciale aandacht voor basisvaardigheden wordt besteed in deel 2 van de *Proeve*. Het cijferen blijft gehandhaafd, maar met gedifferentieerde einddoelen (vergelijk De Moor, 2004). Het leren van de tafels en andere basisvaardigheden blijven een hoofddoel, maar er wordt een inzichtelijke didactiek en methodiek aanbevolen. Hoofdrekenen dient volgens de *Proeve* de basis voor het cijferen te zijn. Aparte aandacht wordt aanbevolen voor het schattend rekenen als belangrijke voorwaarde voor een zekere mate van gecijferdheid. Oefenen blijft een belangrijk onderdeel van de methodiek, maar ook daarbij wordt een inzichtelijke aanpak aanbevolen. Zo'n oefenprogramma zou gevarieerd moeten zijn naast

---

<sup>1</sup> Tegenwoordig in Veldhoven (MvZ).

het immer mogelijke inzicht in het getalsysteem. Contexten worden aanbevolen als bron voor inzicht. In die jaren start op verzoek van de overheid het Cito met de *Periodieke Peilingsonderzoeken van het onderwijs* (PPON) (Wijnstra, 1988).

### De periode 1990-2000

Steeds meer scholen maken gebruik van het *Leerlingvolgsysteem* van het Cito. Men werkt daardoor vaak van toets naar toets. De vraag naar zelfwerkzaamheid groeit, waardoor steeds minder klassikaal les wordt gegeven. Een aantal rekendidactici benadrukt juist het belang van groepsgericht interactief rekenonderwijs. Dit betekent dat de leraar regelmatig (hoofd)rekenlessen zou moeten organiseren. Tegelijk verschijnen er artikelen waarin sommige onderzoekers het socio-constructivisme propageren, wat een ultieme vorm van zelfontdekkend leren is. Deze twee opvattingen zijn nogal strijdig met elkaar.

In de praktijk werkt men met de nieuwste schoolboeken, zoals *De Wereld in Getallen*, *Pluspunt* en *Wis en Reken*. De toelatingseisen voor de Pabo worden steeds lager. Vooral de instroom via het MBO levert studenten die met rekenen vaak al op de basisschool zijn afgehaakt. Er komen vrijwel geen mannelijke studenten naar de Pabo. Het aantal contacturen voor rekenen-wiskunde op de Pabo bedraagt soms maar enkele tientallen uren. Nascholing op het gebied van rekenen vindt nauwelijks plaats. Her en der wordt wel gepleit voor splitsing van de pabo in een onderbouw- en een bovenbouw-variant. Ondanks dit alles blijft Nederland goed scoren in de internationaal vergelijkende onderzoeken. Anno 2000 gaat zo'n 35 procent van de leerlingen naar havo of vwo, waarvan slechts de helft het eindexamen haalt.

### De periode 2000-2009

In september 1999 stuurt de NVORWO een speciale uitgave van het tijdschrift *Willem Bartjens* over cijferen en kolomsgewijs rekenen naar alle basisscholen met de vraag om hun mening hierover te geven. De respons op deze enquête is vrijwel nihil. Op verzoek van de overheid wordt het project Tussendoelen Annex Leerlijnen (TAL) gestart. Dit levert vijf brochures op (TAL-team, 1999; 2001; 2004; 2005; 2007). Deze boeken vinden een enorme aftrek. Ze bieden richtlijnen over te bereiken (tussen)doelen. Ook de didactiek van het cijferen, schattend rekenen, hoofdrekenen, oefenen en gebruik van de rekenmachine komen in deze boeken aan de orde. Het internationale TIMSS onderzoek (Trends in International Mathematics and Science Study) wijst uit dat Nederland enige plaatsen gezakt is in de top tien (Meelissen & Drent, 2008). Uit het PPON onderzoek blijkt dat de prestaties voor cijferen achteruitgaan (Janssen e.a., 2005). Hoofdrekenen en schattend rekenen gaan vooruit. De vereniging *Beter Onderwijs Nederland* (BON) wordt opgericht. Deze groep heeft harde kritiek onder meer op het *Nieuwe Leren*, waarin teveel aan de leerling wordt overgelaten, en op de managementcultuur in het onderwijs. Binnen BON ontstaat een groep die zich sterk keert tegen het realistisch rekenen, met name tegen het kolomsgewijze rekenen. Enige adepten van deze groep staan een mechanistische cijferaanpak voor en wijzen inzichtelijk hoofdrekenen af. Vanuit deze groep wordt de *Stichting Goed Rekenonderwijs* (SGR) opgericht die een op deze inzichten geba-

seerde nieuwe methode bij Noordhoff gaat uitbrengen.<sup>2</sup> Het rapport van de *Expertgroep Doorlopende Leerlijnen* (2008) beveelt meer gestructureerd oefenen aan. Ondersteund door de overheid wordt het project de Nationale OEFen Impuls (zOEFi) gestart. Op verzoek van de overheid wordt door een commissie van de Koninklijke Nederlandse Academie voor Wetenschappen (KNAW) onderzoek gedaan naar de vraag welke didactiek - realistisch rekenen of een conservatieve didactiek - het meest geschikt is voor welke leerling. Hiervan zijn op dit moment nog geen resultaten bekend.<sup>3</sup>

## Reflectie

Het voorgaande is een uiterst summiere opsomming van feiten en gebeurtenissen uit de laatste twee eeuwen van het rekenonderwijs in Nederland. Ze zijn niet beschreven volgens een historische ontwikkelingslijn van het onderwijs noch in verband gebracht met de politieke, economische, wetenschappelijke, maatschappelijke en culturele veranderingen, die zich in dit tijdsbestek hebben voltrokken. Het zou alleszins de moeite waard zijn om hieraan een gedegen studie, zeker voor de laatste halve eeuw te wijden. Toch kan er op grond van deze markeringspunten wel iets gezegd worden over de veranderingen in inhoud, doelen en didactiek gedurende de laatste tweehonderd jaar.

De inhoud van het vak rekenen is altijd toegespitst geweest op het onderwijzen van de vier hoofdbewerkingen met gehele getallen, gewone en decimale breuken en het kunnen toepassen daarvan. Het laatste betekent dat ook procenten, verhoudingen, iets over oppervlakte en inhoud en het metrieke stelsel tot de constante inhoud van het rekenonderwijs behoren. Het is in feite de erfenis van het oude koopmansrekenen zoals we dat al sinds Willem Bartjens kennen. Lange tijd zijn ook de zogenaamde denksommen onderdeel van het programma geweest, maar deze hebben het veld moeten ruimen. Ook de grootste gemene deler (GGD) en het kleinste gemene veelvoud (KGV) komen niet meer voor<sup>4</sup>. In de negentiende eeuw is er naast het rekenen ook enige tijd aandacht geweest voor meetkunde, voortkomend uit het vak vormleer. Pas sinds de vaststelling van de kerndoelen is er weer enige aandacht voor meetkunde. In de kerndoelen wordt ook verstandig gebruik van de zakrekenmachine genoemd, maar deze noviteit heeft de kern van de te onderwijzen stof niet aangetast. Steeds was de vraag hoe ver men met de stof moest gaan, ook al in verband met het niveau waarvoor men de kinderen opleidde. Bestudering van de schoolboeken leert dat dit per periode sterk verschilt.

Is men het in het grote lijnen altijd wel eens geweest over wat de kinderen moeten leren, over het waarom zijn de opvattingen nog al eens veranderd. Was het in de

---

<sup>2</sup> Dit betreft de actuele methode Reken Zeker, die in 2017 door de uitgever wordt vervangen door een nieuwe methode (MvZ).

<sup>3</sup> De conclusie die de commissie later naar buiten bracht luidde dat er geen aantoonbaar verschil in effectiviteit was tussen de realistische en traditionele didactiek (KNAW Rekencommissie, 2009). De commissie ging hiermee echter voorbij aan de verschillen binnen 'de' traditionele didactiek. Tussen realistische en mechanistische methodes zijn wel verschillen aangetoond, ten gunste van de realistische methodes (zie bijvoorbeeld Treffers & Van den Heuvel-Panhuizen, 2010; 2012) (MvZ).

<sup>4</sup> In verschillende actuele methodes zijn deze onderwerpen terug van weggeweest (MvZ).



eerste helft van de negentiende eeuw vooral de vormende waarde (leren denken), waarmee het rekenonderwijs werd gelegitimeerd, in de tweede helft van die eeuw was het juist de praktische waarde (kunnen toepassen) die overheerste. Deze voorkeuren zijn gedeeltelijk te verklaren uit de maatschappelijke veranderingen van die periodes; eerst het streven naar een school voor algemene vorming en daarna, ten tijde van de industriële revolutie, een meer praktische opleiding. In de twintigste eeuw zien we een zekere herhaling van deze periodes. Of men in de praktijk diep over deze waarom-vraag nadacht (en nadenkt) valt te betwijfelen, de stof werd (en wordt) immers door de boekjes bepaald. De Duitse pedagoog en rekendidacticus Ernst Hentschel verwoordde al anderhalve eeuw geleden deze twee doelen als volgt:

*Der Schüler soll denkend rechnen und rechnend denken lernen, das ist das eine: er soll neben der Einsicht auch diejenige Fertigkeit gewinnen, welche das Leben verlangt, das ist das andere* (Lehrbuch des Rechenunterrichts in Volksschulen, 1842).

Bezien we de legitimeringsvraag vanuit een huidig perspectief dan is deze uitspraak nog altijd waardevol. Er vindt over de legitimeringsvraag van doelstellingen van het reken-wiskundeonderwijs anno 2009 echter nauwelijks een werkelijk diepgaande discussie plaats. Wel wordt het inhoudelijke aspect (de stof) bij voortduring aan de orde gesteld. Met name in verband met de zogenoemde voorbereidende waarde, waarmee men vooral de noodzakelijke kennis en vaardigheden bedoelt voor het leren van wiskunde, natuurkunde en andere vakken waarbij gerekend wordt. Opvallend is dat er zich thans een neoconservatieve stroming manifesteert, die een sterke hang heeft naar het aloude cijferen met grote getallen. Dit is een curieuze ontwikkeling in een tijd waar het schriftelijke rekenen in de maatschappij en wetenschap geheel verdrongen is door het gebruik van computers en (zak)rekenmachines. Het is een reactie op de teruglopende resultaten op het onderdeel cijferen. Zoals de geschiedenis leert ijlt het onderwijs altijd na op ingrijpende maatschappelijke en wetenschappelijke ontwikkelingen. Een herbezinning op de doelen van het rekenonderwijs, in het bijzonder die van het cijferen, lijkt daarom noodzakelijk.

Naast het *wat* en *waarom* blijft het *hoe* (de didactiek) van het rekenonderwijs door de eeuwen heen de aandacht eisen. Vele pedagogen, psychologen, filosofen, wiskundigen en knappe schoolmeesters hebben zich hiermee zowel theoretisch als praktisch ingelaten. Zeker sinds zo'n honderdvijftig jaar zijn vrijwel alle vooraanstaande didactici de opvatting toegedaan dat het naast vaardigheid uiteindelijk om inzicht in het getalsysteem en in de operaties gaat. Over de wijze hoe dit te bereiken zien we in de historie nogal eens verschillende opvattingen. Bijvoorbeeld bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging: stampst men eerst de rekenfeiten mechanisch in en komt men later terug op de samenhang daarvan of maakt men juist gebruik van die samenhang bij het aanleren van de tafels? Een ander voorbeeld is het gebruik van concrete situaties als uitgangspunt of een meer abstracte aanpak.

Een constante in het rekenonderwijs is het hoofdrekenen dat door alle didactici steeds als een kernpunt onderschreven wordt. Wel verschuift dit onderdeel vaak naar de achtergrond bij een organisatie van individueel schriftelijk rekenen. Wonderlijk is de opvatting van de eerder genoemde neoconservatieven dat hoofdrekenen afge-

schaft zou moeten worden. Dit is een volstrekt uniek standpunt in de geschiedenis van ons rekenonderwijs.

Oefenen wordt door vrijwel allen als een belangrijk aandachtspunt aanbevolen maar ook in dit opzicht ziet men een diversiteit van uitvoeringsvormen, variërend van rijtjes van dezelfde sommen tot speelse oefeningen.

## Tot slot

Kunnen wij in verband met de huidige discussies over het rekenonderwijs iets leren van de hier geschetste historische ontwikkelingen? Ik meen van wel en ik wil proberen dit aan één onderdeel van het rekenen, dat thans ter discussie staat, te laten zien. Het gaat om de traditionele staartdeling. Voor het realistische reken-wiskundeonderwijs zijn daarvan in een TAL-brochure (2001) het wat, waarom en hoe uit de doeken gedaan. Dit algoritme wordt daar beschreven als herhaalde aftrekking van de deler van het deeltal. Het is een inzichtelijke methode die al sinds de negentiende eeuw door verschillende didactici van naam is gepropageerd. Deze methode hoeft volgens de TAL-brochure, maar ook volgens de officiële kerndoelen, niet voor alle leerlingen tot het traditionele standaardalgoritme te leiden. Vandaar dat er gedifferentieerde einddoelen van beheersing mogelijk zijn. Het blijkt dat slechts een klein aantal scholen het oude standaardalgoritme nastreeft. Beheersing ervan in die vorm wordt ook niet gevraagd in de Eindtoets Basisonderwijs van het Cito. Dit is de reden dat velen denken dat de staartdeling is afgeschaft, hetgeen dus niet juist is. Wel ligt in de realistische aanpak de nadruk op inzicht in het delingsalgoritme. Maar beheersing van de procedure in eenvoudige gevallen wordt ook nagestreefd. Waar het bij de realistische benadering om gaat is dat de kinderen leren beslissen hoe ze een deling in een toepassingssituatie uitvoeren: schattend, met potlood en papier, met een rekenmachine of via een mengvorm van deze werkwijzen. Men zou toch denken dat dit streven ieder weldenkende burger zal aanspreken, maar als we de media mogen geloven lijkt het merendeel van de Nederlanders te schreeuwen om terugkeer van de oude staartdeling. Mogelijk is dit verschijnsel inherent aan de tijdgeest, waarin op allerlei gebieden een verlangen naar oude waarden kan worden gesignaleerd. In het onderwijs is het gebruik van de rekenmachine voor worteltrekking, logaritmisch rekenen en statistische berekeningen inmiddels volledig geaccepteerd (een halve eeuw geleden werd dergelijk rekenwerk nog met potlood en papier gedaan), maar met de staartdeling ligt het kennelijk anders. In persoonlijke gesprekken heb ik vaak bemerkt dat bijna alle volwassenen met een zekere nostalgie aan de staartdeling terugdenken. In veel gevallen blijkt dat ze – en dit zijn vaak ook nog mensen met een academische opleiding – de staartdeling als het hoogst haalbare van het rekenen hebben ervaren (met breuken gaat het al meteen mis). Het is net zoiets als het rijtje van de Duitse voorzetsels opdreunen; het geeft kennelijk een prettig gevoel dat je dat nog kunt.

Vanuit wiskundig standpunt bezien is het zinvol om een leergang cijferen als een volledig systeem te bestuderen, waarin de samenhang van alle vier de hoofdbewerkingen tot uiting komt. Tevens ligt het dan voor de hand om voor elk van die bewerkingen een eenduidig algoritme te geven. Zijn dit echter voldoende redenen

om terug te keren tot een rekenonderwijs van een halve eeuw geleden? Voor mij niet. Daarom zou ik willen voorstellen om net als in het verleden is gebeurd deze kwestie breed te bespreken en geen overhaaste stappen te nemen. Ik ben ervan overtuigd dat men ook dan weer tot een zekere consensus zal komen – en niet alleen over de staartdeling.

### Literatuur

- Boekholt, P.Th.F.M. & E.P. De Booy (1987). *Geschiedenis van de School in Nederland*. Assen-Maastricht: Van Gorcum.
- Bouman, P.J. & J.C. van Zelm (1918). *De rekenkundige denkbaarheden in logischen samenhang met – als proeve van toegepaste logica – een rekenmethode voor de lagere school*. Amsterdam: W. Versluys.
- Cadot, J. & D. Vroegindewey (1986a). Een 10 voor de basisvorming? In: E. Feijs & E. de Moor (red.) *Panama Cursusboek 4. Reken/wiskundeonderwijs – nascholing een nood-zaak*. Utrecht: SOL/OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht.
- Cadot, J. & D. Vroegindewey (1986b). *10 voor de basisvorming rekenen/wiskunde onderzocht*. OW&OC, Utrecht: Rijksuniversiteit Utrecht.
- Expertgroep Doorlopende Leerlijnen taal en rekenen (2008). *Over de drempels met rekenen*. Enschede: Expertgroep Doorlopende Leerlijnen.
- Feijs, E., R. de Jong, E. de Moor, L. Streefland & A. Treffers (1987). *Almanak reken-wiskundemethoden 1987*. Utrecht: OW&OC, Universiteit Utrecht.
- Goffree, F. (1982, 1983, 1985). *Wiskunde & didactiek. Eerste deel, Tweede deel, Derde deel*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Grazer, G. (z.j.). *Rekenmethodiek en moderne psychologie. Opvoedkundige Brochurenreeks nr 68*. Tilburg: Drukkerij van het R.K. Jongensweeshuis.
- Hentschel, E. (1842). *Lehrbuch des Rechenunterrichts in Volksschulen*.
- Janssen, J., F. van der Schoot & B. Hemker (2005). *Periodieke Peiling van het Onderwijsniveau. Balans [32] van het reken-wiskundeonderwijs aan het einde van de basisschool 4*. Arnhem: Cito.
- Jong, R. de, E. de Moor, L. Streefland & A. Treffers (1984). *Almanak reken/wiskundemethoden 1984*. Utrecht: OW&OC, Universiteit Utrecht.
- Jong, R. de (1986). *Wiskobas in methoden*. Utrecht: OW&OC, Rijksuniversiteit Utrecht (diss.).
- KNAW Rekencommissie (2009). *Rekenonderwijs op de basisschool. Analyse en sleutels tot verbetering*. Amsterdam: Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen.
- Leen, A. (1961). *De ontwikkeling van het rekenonderwijs op de lagere school in de 19-de en het begin van de 20-ste eeuw* (diss). Groningen: J.B. Wolters.
- Meelissen, M. & M. Drent (2008). *TIMSS 2007. Trends in leerprestaties in exacte vakken in het basisonderwijs*. Enschede: Universiteit Twente.
- Moor, E. de (1994). Jan Versluys en het ontstaan van de vakdidactiek. *Nieuwe Wiskrant* 14(1), 8-13.
- Moor, E. de (2004). De moordenaars van de staartdeling. *Willem Bartjens* 23(4), 33.
- Moor, E. de (2005). Antiek realisme. *Volgens Bartjens* 25 (2), 25.
- Moor, E. de (2008a). Toetsen en schoolsucces. *Volgens Bartjens* 27(5), 29.
- Moor, E. de (2008b). Govert Grazer. *Volgens Bartjens* 28(2), 29.
- Palm, J.H. van der (1801). *Publicatie van het uitvoerend bewind der Bataafse Republike, houdende verordeningen omtrent het onderwijs in de lagere scholen. Gearresteerd den 15 Juny 1801, het zevende jaar der Bataafsche vryheid*.
- TAL-team (1999). *Jonge kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- TAL-team (2001). *Kinderen leren rekenen. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Hele getallen bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- TAL-team (2004). *Jonge kinderen leren meten en meetkunde. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Meten en meetkunde onderbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.

- TAL-team (2005). *Breuken, procenten, kommagetallen en verhoudingen. Tussendoelen Annex Leerlijnen Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters-Noordhoff.
- TAL-team (2007). *Meten en meetkunde in de bovenbouw. Tussendoelen Annex Leerlijnen. Bovenbouw basisschool*. Groningen: Wolters Noordhoff.
- Treffers, A. (1978). *Wiskobas doelgericht*. Utrecht: IOWO, Rijksuniversiteit Utrecht (diss.).
- Treffers, A. (1985). Reken/wiskunde didactiek in historisch perspectief. In: E. de Moor (red.) *Reken/wiskundeonderwijs anno 1984. Panama cursusboek 3*. Utrecht: SOL / OW&OC.
- Treffers, A., E. de Moor & E. Feijs (1989). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 1 Overzicht Einddoelen*. Tilburg: Zwijssen.
- Treffers, A. & E. de Moor (1990). *Proeve van een nationaal programma voor het reken-wiskundeonderwijs op de basisschool. Deel 2 Basisvaardigheden en cijferen*. Tilburg: Zwijssen.
- Treffers, A. & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2010). De rekenmethode telt. *Reken-wiskundeonderwijs: ontwikkeling, onderzoek, praktijk*, 29(1), p. 39-44.
- Treffers, A. & Van den Heuvel-Panhuizen, M. (2012). Lessen uit het verleden. Traditionele rekenmethodes en hun leeropbrengsten. *Reken-wiskundeonderwijs: ontwikkeling, onderzoek, praktijk*, 31(1), p. 3-13.
- Veen, G, van en Ph. Kohnstamm (1928). *De Aaneensluiting tusschen Lager en Middelbaar (Gymnasiaal) onderwijs*. Amsterdam: Mededeling van het Nutsseminarium no. 3.
- Versluys, J. (1875). *Handleiding bij het rekenonderwijs*. Groningen: W. Versluys.
- Wijnstra, J.M. (red.)(1988). *Balans van het rekenonderwijs in de basisschool. Uitkomsten van de eerste rekenpeiling medio en einde basisonderwijs*. Arnhem: Instituut voor toetsontwikkeling.
- Wiskobas-team (1980). *Rapportboekje 3. Overzicht rekenmethoden anno 1980*. Utrecht: Instituut Ontwikkeling Wiskunde Onderwijs.

De Moor, E. (2017). Zonder verleden geen toekomst. In: M. van Zanten (red.). *Rekenen-wiskunde in de 21<sup>e</sup> eeuw. Ideeën en achtergronden voor primair onderwijs* (pp. 7-18). Utrecht / Enschede: Panama, Universiteit Utrecht / NVORWO / SLO.